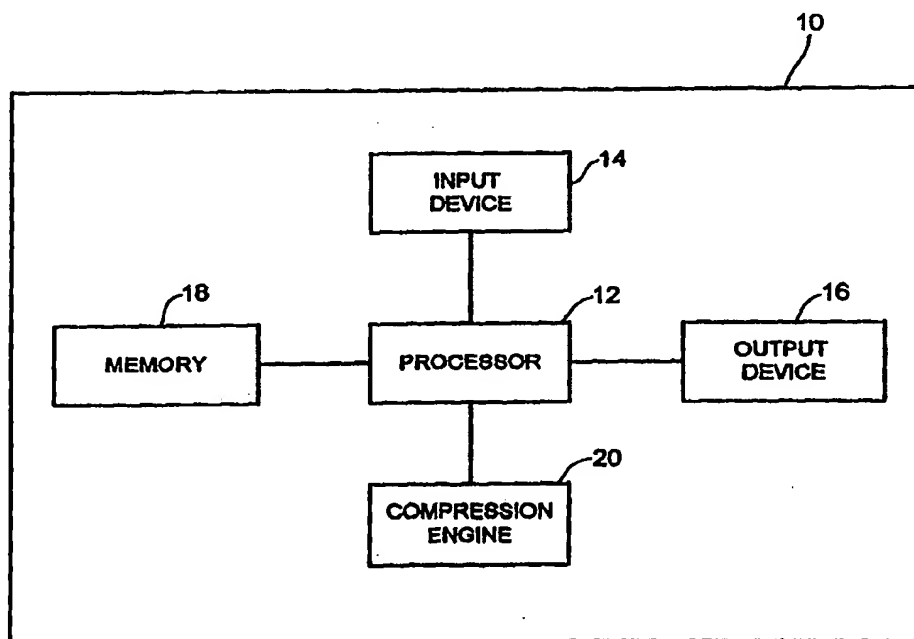


**PCT**WORLD INTELLECTUAL PROPERTY ORGANIZATION  
International Bureau

## INTERNATIONAL APPLICATION PUBLISHED UNDER THE PATENT COOPERATION TREATY (PCT)

<b>(51) International Patent Classification <sup>6</sup>:</b> <b>G06F 17/60</b>	<b>A1</b>	<b>(11) International Publication Number:</b> <b>WO 98/54666</b> <b>(43) International Publication Date:</b> 3 December 1998 (03.12.98)
<b>(21) International Application Number:</b> PCT/CA98/00519 <b>(22) International Filing Date:</b> 29 May 1998 (29.05.98) <b>(30) Priority Data:</b> 60/050,927 29 May 1997 (29.05.97) US <b>(71) Applicant (for all designated States except US):</b> ALGORITHMICS INCORPORATED [CA/CA]; 3rd floor, 822 Richmond Street West, Toronto, Ontario M6J 1C9 (CA). <b>(72) Inventors; and</b> <b>(75) Inventors/Applicants (for US only):</b> DEMBO, Ron, S. [CA/CA]; 398 Markham Street, Toronto, Ontario M6G 2K9 (CA). KREININ, Alexander, Y. [CA/CA]; 211 Joseph Aaron Boulevard, Thornhill, Ontario L4J 6C3 (CA). ROSEN, Dan [MX/CA]; Apartment 2003, 25 Grenville Street, Toronto, Ontario M4Y 2X5 (CA). <b>(74) Agents:</b> STRATTON, Robert, P. et al.; Gowling, Strathy & Henderson, Suite 4900, Commerce Court West, Toronto, Ontario M5L 1J3 (CA).		<b>(81) Designated States:</b> AL, AM, AT, AU, AZ, BA, BB, BG, BR, BY, CA, CH, CN, CU, CZ, DE, DK, EE, ES, FI, GB, GE, GH, GM, GW, HU, ID, IL, IS, JP, KE, KG, KP, KR, KZ, LC, LK, LR, LS, LT, LU, LV, MD, MG, MK, MN, MW, MX, NO, NZ, PL, PT, RO, RU, SD, SE, SG, SI, SK, SL, TJ, TM, TR, TT, UA, UG, US, UZ, VN, YU, ZW, ARIPO patent (GH, GM, KE, LS, MW, SD, SZ, UG, ZW), Eurasian patent (AM, AZ, BY, KG, KZ, MD, RU, TJ, TM), European patent (AT, BE, CH, CY, DE, DK, ES, FI, FR, GB, GR, IE, IT, LU, MC, NL, PT, SE), OAPI patent (BF, BJ, CF, CG, CI, CM, GA, GN, ML, MR, NE, SN, TD, TG).  <b>Published</b> <i>With international search report. Before the expiration of the time limit for amending the claims and to be republished in the event of the receipt of amendments.</i>

**(54) Title:** COMPUTER-IMPLEMENTED METHOD AND APPARATUS FOR PORTFOLIO COMPRESSION**(57) Abstract**

A computer-implemented method for compressing a portfolio of financial instruments is described. Financial instruments to be compressed are identified, and a compressed subportfolio corresponding to the identified financial instruments is generated. The compressed subportfolio and any non-compressed financial instruments are then combined into a compressed portfolio.

**FOR THE PURPOSES OF INFORMATION ONLY.**

Codes used to identify States party to the PCT on the front pages of pamphlets publishing international applications under the PCT.

AL	Albania	ES	Spain	LS	Lesotho	SI	Slovenia
AM	Armenia	FI	Finland	LT	Lithuania	SK	Slovakia
AT	Austria	FR	France	LU	Luxembourg	SN	Senegal
AU	Australia	GA	Gabon	LV	Latvia	SZ	Swaziland
AZ	Azerbaijan	GB	United Kingdom	MC	Monaco	TD	Chad
BA	Bosnia and Herzegovina	GE	Georgia	MD	Republic of Moldova	TG	Togo
BB	Barbados	GH	Ghana	MG	Madagascar	TJ	Tajikistan
BE	Belgium	GN	Guinea	MK	The former Yugoslav Republic of Macedonia	TM	Turkmenistan
BF	Burkina Faso	GR	Greece			TR	Turkey
BG	Bulgaria	HU	Hungary	ML	Mali	TT	Trinidad and Tobago
BJ	Benin	IE	Ireland	MN	Mongolia	UA	Ukraine
BR	Brazil	IL	Israel	MR	Mauritania	UG	Uganda
BY	Belarus	IS	Iceland	MW	Malawi	US	United States of America
CA	Canada	IT	Italy	MX	Mexico	UZ	Uzbekistan
CF	Central African Republic	JP	Japan	NE	Niger	VN	Viet Nam
CG	Congo	KE	Kenya	NL	Netherlands	YU	Yugoslavia
CH	Switzerland	KG	Kyrgyzstan	NO	Norway	ZW	Zimbabwe
CI	Côte d'Ivoire	KP	Democratic People's Republic of Korea	NZ	New Zealand		
CM	Cameroon			PL	Poland		
CN	China	KR	Republic of Korea	PT	Portugal		
CU	Cuba	KZ	Kazakstan	RO	Romania		
CZ	Czech Republic	LC	Saint Lucia	RU	Russian Federation		
DE	Germany	LI	Liechtenstein	SD	Sudan		
DK	Denmark	LK	Sri Lanka	SE	Sweden		
EE	Estonia	LR	Liberia	SG	Singapore		

## COMPUTER-IMPLEMENTED METHOD AND APPARATUS FOR PORTFOLIO COMPRESSION

### **Background of the Invention**

The present invention relates generally to the field of data processing, and in particular to a computer-implemented method and apparatus for compressing a portfolio of financial instruments to enable, for example, more efficient risk management processing than is otherwise achievable with an uncompressed portfolio.

Risk management is a critical task for any manager of a portfolio of market instruments, and accurate and efficient risk measurement is at the core of any sound enterprise-wide risk management strategy. Given the relatively-complex mathematical calculations necessary to accurately measure risk, financial institutions generally use some form of computer-implemented “risk management engine.” As explained below, however, existing risk management engines may be insufficient to adequately deal with the large, complex portfolios maintained by many financial institutions.

It is not unusual for large and medium-sized financial institutions, such as banks or insurance companies, to require a risk management engine that allows the computation of daily Value-at-Risk (VaR) estimates of an entire portfolio, which may contain several hundred thousand positions, including substantial volumes of complex derivative products such as swaps, caps and floors, swaptions, mortgage-backed securities, and so on. Moreover, these several hundred thousand positions may have to be evaluated over hundreds or even thousands of different scenarios. To further complicate the task, these financial institutions may require decision support tools for managers and traders that allow performance of inter-day calculations in near-real time.

In general, financial institutions are required to measure their overall risks for regulatory purposes and as a basis to manage their capital more efficiently. While the former has been driving the development of risk oversight programs in financial institutions worldwide in the last few years, the latter provides a high value-added to those willing to make the investment. Traditionally, portfolio managers have been using standard deviation and variance to measure their portfolio risk. This practice is based on modern portfolio theory, as described in, for example, Harry Markowitz, *Portfolio Selection*, The Journal of Finance, vol. 7, no. 1 (1952), and W.F. Sharpe, *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk*, The Journal of Finance, vol. 19, no. 3 (1964). However, in the last decade, both regulators and businesses have embraced more general (and perhaps more sophisticated) measures such as Value-at-Risk. VaR gives the maximum level of losses that a portfolio could incur, over some

predetermined period of time, with a high degree of confidence. For regulatory purposes, for example, the time period may be set to 10 days, and the one-sided confidence interval to 99%.

*See, e.g., Planned Supplement to the Capital Accord to Incorporate Market Risks*, Basle Committee on Banking Supervision, Bank of International Settlements, Basle, No. 16 (April 1995). Although VaR can be expressed as a multiple of the portfolio standard deviation in some simple cases, such as when portfolios are normally distributed, this generally is not the case.

There are different methods available to estimate VaR, depending on the assumptions one is willing to make with respect to the possible future market moves and the complexity of the portfolio. Such methods are described generally in *RiskMetrics™ Technical Document*, Morgan Guarantee Trust Company Global Research (4th ed. 1996), and Phillippe Jorion, *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Derivatives Risk* (Irwin Professional Publishing 1997). The most generally-applicable method is based on simulation, either historical or so-called "Monte Carlo" simulation. In particular, some simulation may be unavoidable to get an accurate picture of risk when a portfolio contains substantial positions in instruments with optionality, such as options, convertible bonds, mortgages and loans with embedded options. However, given the complexity and computational requirements of known simulation methods, users must trade accuracy for price, time and ease of implementation. Moreover, full simulation of very large and complex portfolios, such as those encountered in many financial institutions today, may not be achievable in a reasonable time period even with top-of-the-line computers. For example, a VaR estimate of a large, complex portfolio over several thousand Monte Carlo scenarios could easily take several hours, if not days, for a top-of-the-line work station. Indeed, even the simple task of loading and storing large portfolios can be onerous and time consuming.

In an effort to address the practical problems associated with risk measurement for large and/or complex portfolios, it is known to adopt an approach in which a subject portfolio (also called the "target" portfolio) is first divided into a "linear" subportfolio and a "non-linear" subportfolio. The former would contain all of the instruments having little or no optionality, while the latter would contain all of the options. In a typical institution, the linear portfolio might comprise 70-95% of the total portfolio positions. However, given their nature, the risks embedded in option positions may be substantial. The next step in such an approach is to measure the risk of these subportfolios separately. For the linear subportfolio, one could apply, for example, a "delta-normal methodology" such as that described in the above-cited *RiskMetrics™ Technical Document*. By assuming linearity of the subportfolio and normal distributions, this analytical method has moderate computational requirements. For the options, some basic, perhaps limited, simulation can be applied. Finally, an estimate of the risk of the



target portfolio is taken as the sum of the individual subportfolio risks.

A significant problem with this approach, however, is presented by the last step. To illustrate, consider a simple example where a trader sells a call option on a given bond and immediately buys a hedge on the underlying bond. Although the bond clearly reduces the portfolio's risk, the above-described methodology would indicate that the VaR of the portfolio has increased (and in fact almost doubled). In general, a mix of methodologies may grossly overestimate VaR since it fails to account for the main principles of risk management: hedging and diversification. This may result in undesirable penalties for good risk management policies.

In view of the shortcomings with known approaches for risk management of large and/or complex portfolios, including but not limited to the shortcomings discussed above, it is apparent that there is a need for a computer-implemented process that is capable of representing such portfolios in a compact way, and that achieves such compression (e.g., loads instruments, generates cashflows, compresses, etc.) quickly and efficiently. Likewise, in contrast to the division approach discussed above, there is a need for a single methodology that enables measurement of risk across an entire portfolio. Such a single methodology should offer sufficient computational efficiency to permit accurate risk measurement to be completed in a reasonable time period regardless of the size and/or complexity of the target portfolio. Embodiments of the present invention satisfy these and other needs.

## **Summary of the Invention**

The present invention is generally directed at providing improved tools for risk management of large and/or complex portfolios of financial instruments. In accordance with particular embodiments of the invention, as described herein, a "compressed portfolio" is generated for a given target portfolio of financial instruments. In general, the compressed portfolio is a relatively smaller and/or simpler portfolio that closely mimics the behavior of the target portfolio, but that requires orders of magnitude less computer memory to store and orders of magnitude less computational time to value. Thus, the compressed portfolio can be used, for example, for risk measurement analyses instead of the target portfolio, thereby providing substantial improvements in computer resource usage with little or no reduction in accuracy.

In accordance with one particular embodiment, a computer-implemented method for compressing a portfolio of financial instruments is provided. Financial instruments to be compressed are identified, and a compressed subportfolio corresponding to the set of financial instruments to be compressed is generated. The compressed subportfolio and any non-compressed financial instruments are then combined into a compressed portfolio.

**Brief Description of the Drawings**

Fig. 1 is a block diagram illustrating a computer-implemented apparatus for portfolio compression in accordance with an embodiment of the present invention.

Fig. 2 is a block diagram illustrating a particular implementation of a compression engine in accordance with the embodiment shown in Fig. 1.

Fig. 3 is a flow diagram illustrating a general method for portfolio compression in accordance with an embodiment of the present invention.

Fig. 4 is a flow diagram illustrating a method for portfolio compression in accordance with another embodiment of the present invention.

Fig. 5 sets forth a notation convention applicable to a scenario-based compression technique that can be applied by an apparatus configured in accordance with the embodiments illustrated in Figs. 1-4.

Fig. 6 illustrates an example of a set of cashflows produced by application of delta bucketing compression according to an embodiment of the present invention.

Fig. 7 illustrates an example of a set of cashflows produced by application of analytical compression according to an embodiment of the present invention.

**Detailed Description**

Embodiments of the present invention are directed to providing advanced portfolio tools for reducing the substantial computational requirements of modern portfolio management. In accordance with such embodiments, a "compressed portfolio" is generated for a target portfolio, and risk measurement calculations are then performed on the compressed portfolio. As used herein, the term "compressed portfolio" contemplates a relatively small and/or simple portfolio that behaves almost identically to an original large and/or complex portfolio, but that requires orders of magnitude less computer memory to store and orders of magnitude less computational time to value. For most purposes, a compressed portfolio need not mimic an original portfolio forever and under every possible state of the world, but rather only during a specified period of interest and over a range that certain specified market factors may take during that period. In addition to computational tractability, compressed portfolios are also powerful tools enabling risk managers to better understand and actively manage their portfolios. By representing portfolio behavior in simpler terms, one can gain insight into the exposures of large portfolios and identify possible remedial actions.

Embodiments of the present invention may be implemented, for example, using a so-called "compression engine." Given a target portfolio of financial instruments, a compression

engine provides a means for creating a compressed portfolio consisting of simpler and/or fewer instruments that will replicate the behavior of the target portfolio over a range of possible market outcomes for a pre-defined period in the future. The computational effort to perform a risk analysis of the compressed portfolio is substantially less than that of the target portfolio.

5 Furthermore, given its simplicity, the compressed portfolio provides a better understanding of the market risks facing the holder.

A general goal of such a compression engine is to preprocess a portfolio before attempting to simulate the portfolio's performance over a range of possible market scenarios. The product of this preprocessing stage is generally a smaller and simpler portfolio that is orders  
10 of magnitude faster to simulate, but that behaves almost identically to the original portfolio and contains the same risk.

In practice, implementing an efficient process for portfolio compression is not a straight-forward task. Given the nature of any particular portfolio and the objective(s) of any particular analysis, different compression methods may be more appropriate for different instruments. For  
15 example, various options may be compressed optimally with one analytical technique, while instruments without optionality may be better compressed using a different analytical technique. Accordingly, embodiments of the present invention provide compression engines that are both robust and extendible.

To a limited extent, a compression engine in accordance with embodiments of the present  
20 invention may be used in a manner similar to the technique described above whereby an estimate of a portfolio's risk is determined by dividing the target portfolio and applying different techniques to each subportfolio. A principal difference, however, is that the portfolio compression techniques described herein make it possible to avoid the problematic last step where the total risk is derived simply by summing the risks of the respective subportfolios. Here,  
25 the VaR of the target portfolio can be obtained by doing a single simulation of the "total compressed portfolio," given by the sum of the individual compressed portfolios. Thus, portfolio compression techniques such as those described herein fully capture portfolio diversification, hedging and correlations among individual positions.

To illustrate the robustness of a compression engine in accordance with embodiments of  
30 the present invention, it is possible to implement an embodiment (described further below) with a compression engine that implements two different methodologies for compressing portfolios: analytical compression and scenario-based compression. Analytical compression exploits the analytical properties of cashflow portfolios. This technique is perhaps best suited for fixed income portfolios without optionality, although it may be generalized to portfolios with options.

Scenario-based compression, on the other hand, is based on stochastic optimization techniques and is best suited for portfolios with options. Thus, the compression engine offers a robust implementation capable of handling multiple types of portfolios. Moreover, the extensibility of such compression engines allows the ready implementation of other compression methodologies.

5           Analytical compression is a practical and powerful methodology for the approximate representation of large cashflow portfolios that exploits their mathematical properties. The rationale behind analytical compression is relatively straight-forward. To calculate the distribution of portfolio values in the future using a standard simulation, scenarios are usually generated in "risk factor space" (i.e., input) without further information about the subject  
10       portfolio. Risk factor space refers to the space of all risk factors including, for example, interest rates, foreign exchange rates, volatilities, index levels, and so on. Thereafter, the portfolio is fully valued under all of those scenarios. Clearly, however, what the analyst is interested in is the portfolio's distribution (i.e., output). Hence, making use of the properties of the portfolio before sampling (i.e., before Monte Carlo generation) results in more efficient calculations. This has an  
15       effect similar to applying a variable transformation that captures the portfolio's properties. In addition to the compression of risk factor space, the exploitation of these underlying properties leads to a compact representation of the portfolio. Thus, the extra analytical work yields orders of magnitude increases in computational performance and substantial savings in terms of data storage requirements. In short, the results of analytical compression are (1) a new, compressed  
20       representation of a target portfolio by a small number of simple instruments (e.g., bonds) that depend on a new, smaller set of risk factors, and (2) an exact process that describes the behavior of the new underlying risk factors as a function of the original ones. The mathematical underpinnings of analytical compression are described below with reference to particular embodiments of the present invention. Further details can be found in Ron Dembo et al.,  
25       *Analytical Compression of Portfolios and VaR*, Algorithmics Technical Paper No. 96-01 (1997), which disclosure is incorporated herein by reference.

          In contrast to analytical compression, scenario-based compression is an especially effective technique for compressing portfolios that contain options. The technique draws on stochastic optimization methods called "scenario optimization," described in Ron Dembo,  
30       *Optimal Portfolio Replication*, Algorithmics Technical Paper No. 95-01 (1997), and "optimal portfolio replication," described in Ron Dembo and Dan Rosen, *The Practice of Portfolio Replication*, Algorithmics Technical Paper No. 98-01 (1997). Analytical compression may be implemented, for example, using embodiments of the inventions described in U.S. Patent No. 5,148,365, issued on September 15, 1992 and titled "Scenario Optimization," and recently-

allowed U.S. Patent Application No. 08/866,303 titled "Method and Apparatus for Optimal Portfolio Replication." The disclosures of these four references are incorporated herein by reference.

5 In general, for a target portfolio comprised of a given set of market-traded instruments, scenario optimization aims to find the best possible "replicating portfolio" that replicates the behavior of the target portfolio over a range of discrete market outcomes, or scenarios. For purposes of portfolio compression, the replicating portfolio does not necessarily have to be made up of market-traded instruments, as long as one has good models to generate "fair market prices" for the replicating instruments. In practice, as discussed further below, it is possible to generate  
10 the proper scenarios and replicating instruments that will lead to an effective replication of a given portfolio by using simple rule-based systems. The mathematical underpinnings of scenario-based compression are described below with reference to particular embodiments of the present invention.

Referring now to Fig. 1, in accordance with a first embodiment of the present invention a  
15 computer-implemented apparatus 10 is provided for performing portfolio compression. Computer-implemented apparatus 10 may run under any suitable architecture providing sufficient computing power and storage capacity. It may operate as a standalone system, or may be integrated, for example, as part of a larger system of financial analysis tools.

In the embodiment shown in Fig. 1, computer-implemented apparatus 10 includes a  
20 processor 12 for performing logical and analytical calculations. Processor 12 may comprise, for example, a central processing unit (CPU) of a personal computer, but may alternatively include any other type of computer-based processor capable of performing such functions. In one particular implementation, for example, processor 12 could operate on a "UNIX" brand or other "POSIX"-compatible platform under "MOTIF/X WINDOWS" or "WINDOWS NT." Processor  
25 12 is coupled to a memory device 18 comprising, for example, a high-speed disk drive. An input device 14 is also coupled to processor 12, enabling a user to enter instructions and other data. Input device 14 comprises, for example, a keyboard, a mouse, and/or a touch-sensitive display screen. Input device 14 alternatively, or in addition, may comprise a real-time data feed for receiving an electronic representation of financial instruments. For example, input device 14  
30 could provide a connection to an electronic data network (e.g., the Internet) through a modem (not shown) or other suitable communications connection. Computer-implemented apparatus 10 also includes an output device 16, such as a video display monitor and/or a laser printer, for presenting textual and graphical information to a user. In one particular implementation, processor 12 is capable of executing application programs written in the "C++" programming

language using object-oriented programming techniques, but the present invention is not limited in this regard.

In the present embodiment, processor 12 is capable of executing a compression engine 20 configured to perform portfolio compression. In this particular embodiment, compression engine 20 comprises a software module including executable instructions for carrying out various tasks and calculations related to portfolio compression, but persons skilled in the art will recognize that firmware- and/or hardware-based implementations are also possible. Compression engine 20 can be used, for example, to analyze the risk of a large and complex portfolio, or to analyze the performance of a number of hedges against potential losses for a given portfolio. The portfolio compression techniques taught herein are well-suited to such uses because of the improved processing speed and efficiency they provide.

In accordance with the present embodiment, a user may use input device 14 to enter information describing the composition of a target portfolio (i.e., the portfolio to be compressed), including, for example, the number and type of financial instruments in the target portfolio. Alternatively, or in addition, information about the target portfolio could be provided through a real-time data feed. In either case, the information is input to compression engine 20, and may also be stored in memory device 18. After compression engine 20 completes its processing, the compressed portfolio is presented on output device 16 in the form of, for example, graphs, textual displays and/or printed reports. In addition, an electronic representation of the compressed portfolio may be stored in memory device 18 for later output to other tasks within computer-implemented apparatus 10, and may also be written to a portable storage device (not shown) such as a CD-ROM or one or more diskettes.

According to a particular implementation of the embodiment shown in Fig. 1, as illustrated in Fig. 2, compression engine 20 can be configured to include a number of sub-modules corresponding to various tasks for accomplishing portfolio compression. Persons skilled in the art of software design will recognize, however, that any particular software configuration is generally only a matter of design choice. As shown, in this implementation compression engine 20 includes an instrument load module 24, a sorting module 26, a compression module 28, and an aggregation module 30. These various modules can be configured to pass information from one module to the next (e.g., by passing parameters comprising addresses for locations in memory device 18), or the modules may be given access to common data stores within memory device 18. In any event, the present invention is not limited to any particular implementation.

Fig. 3 contains a flow diagram describing a general embodiment of a method for portfolio compression that may be implemented using, for example, the apparatus illustrated in Fig. 1. In

accordance with this embodiment, a target portfolio containing a collection of financial instruments is first sorted into compressible and non-compressible instruments (Step 100). This step may be accomplished, for example, by instrument load module 24 and sorting module 26 of the embodiment illustrated in Fig. 2. Next, a compressed subportfolio is generated for the compressible instruments (Step 110) using, for example, compression module 28. Finally, the compressed subportfolio and the non-compressible instruments are combined into a single compressed portfolio (Step 120) using, for example, aggregation module 30.

Of course, it is possible to implement an embodiment such that all of the financial instruments in the target portfolio are deemed to be compressible, in which case the method of Fig. 3 would essentially include only generation of the compressed subportfolio (Step 110). Thus, in the context of the present invention, the term "compressible" does not necessarily connote any particular characteristic of a financial instrument. Rather, the determination of whether a financial instrument is compressible can be user-driven. A given portfolio manager, for example, may be willing to accept a lower degree of confidence with respect to a compressed portfolio than another portfolio manager, and therefore may consider a particular financial instrument to be compressible where the latter portfolio manager would not.

By way of further illustration, Fig. 4 contains a flow diagram showing a method for portfolio compression in accordance with another embodiment of the present invention. This method may be implemented, for example, using an apparatus such as that illustrated in Fig. 1, although any other suitable computing apparatus may be used. Referring now to Fig. 4, in accordance with this embodiment a target portfolio of instruments 38 is to be compressed. To this end, instruments 38 are first input to a load instruments routine 40. Instruments 38 may be received, for example, as a collection of data packets defining the composition of the target portfolio. Electronic representations of the financial instruments in the target portfolio can be loaded from an external storage medium (e.g., a data warehouse, a database, a set of comma separated values (.csv) files). In some cases it may be desirable to load the data packets incrementally (e.g., in batches), such as where the size of the target portfolio makes it impractical to load information concerning all of the financial instruments into memory at one time (resulting in significant performance degradation due to disk swapping). In such cases, and with reference to the apparatus of Fig. 1, the size of each incremental load can be set through a parameter passed, for example, to compression engine 20 through a GUI (graphical user interface) or a configuration file, and would typically be based on limitations of memory device 18.

After confirming the validity of the information conveyed in the received data packets using appropriate edit routines (not shown), the information describing the instruments in the

target portfolio is subjected to a sort and divide routine 42 where instruments 38 are first divided into subportfolios according to a set of predefined user preferences, or "key attributes." Key attributes may include, for example, information such as a counterparty, a discount curve, and so on. In one particular implementation, sort and divide routine 42 implements a new portfolio hierarchy representing a desired level of portfolio aggregation that a portfolio manager, for example, wishes to use for overall risk analysis. These subportfolios may then be further sorted or subdivided according to the set of compression techniques, if any, that will later be applied to them. Such further processing is desirable where, for example, a single compression technique is not ideal for all of the different types of financial instruments in the target portfolio.

Some subportfolios generated by sort and divide routine 42 may consist of instruments for which compression is undesirable or unnecessary, and such subportfolios are immediately migrated to a temporary storage location (e.g., a location within memory device 18 corresponding to a cash account) for later aggregation with compressed subportfolios. There are several reasons why an institution might choose not to compress certain subportfolios. For example, the institution might wish to retain certain small subportfolios for further analysis. Likewise, the institution might not be able to compress certain subportfolios and still maintain a desired level of accuracy, or the available current compression techniques might not be well-suited for the type of instruments in a particular subportfolio. The remaining subportfolios, each of which will be compressed separately, are then passed to a cashflow generation routine 44 if they contain instruments with fixed cashflows, or directly to a compression routine 48 if they do not.

Cashflow generation routine 44 generates cashflows for the instruments in an input subportfolio based on the financial description of each such instrument. For example, the cashflows of a fixed rate bond are generated from the maturity date, notional, and coupon rate. The output from cashflow generation routine 44 is a set of cashflows on specific dates in the future corresponding to the input instruments, and this output is passed to a first aggregation routine 46. Those instruments that are already represented by their cashflows are passed directly to aggregation routine 46. In aggregation routine 46, all of the cashflows that are discounted with a common interest rate curve are then aggregated (i.e., netted) into a single synthetic bond that pays the netted cashflows of all instruments at the specified times. This synthetic bond is denoted an "aggregated cashflow instrument," or ACI. The output of aggregation routine 46 is thus a subportfolio containing one or more ACIs, as well as instruments that cannot be represented by fixed cashflows. Thus, whereas the input to aggregation routine 46 contained only real financial instruments traded by the institution, the output contains synthetic, non-traded instruments. For all intents and purposes, however, the input subportfolio and the output



subportfolio behave identically. Since it is quite common in fixed-income portfolios to have a very large number of instruments that either generate only fixed cashflows (or can be represented for valuation purposes as generating only fixed cashflows), the potential savings that results from this processing is enormous. In a particular implementation of this embodiment, aggregation routine 46 can be executed recursively as a target portfolio is incrementally loaded.

As shown in Fig. 4, compression routine 48 receives subportfolios from aggregation routine 46 and/or sort and divide routine 42. In compression routine 48, subportfolios are generally compressed into a reduced, simpler set of instruments. Again with reference to the apparatus of Fig. 1, where compression engine 20 is configured to perform analytical compression, each set of fixed cashflows instruments, whose value depends on a single interest rate curve, is compressed to at most two cashflows. As with aggregation routine 46, compression routine 48 may be implemented to execute recursively as instruments are incrementally loaded. Compression routine 48 may be configured to perform an extended type of analytical compression to deal with options, although it may be more advantageous to implement a configuration of compression engine 20 that also is capable of performing scenario-based compression on subportfolios with options, since scenario-based compression generally results in compressed subportfolios that contain options as well.

In addition to analytical compression and scenario-based compression, compression routine 48 is preferably configured to be extensible, thereby allowing for the integration of other compression routines. Thus, in general, the input to compression routine 48 is a subportfolio that may be subjected to one or more available compression techniques. The particular techniques applied may be dictated, for example, by a user or by characteristics of the portfolio to be compressed. The compressed instruments might appear to be real traded instruments, but they do not necessarily have to be traded for purposes of risk management.

Finally, all of the subportfolios, both compressed and non-compressed, are passed to a second aggregation routine 50 to be combined into a single compressed portfolio 52. Compressed portfolio 52 can then be used, for example, as the basis for various risk assessment analyses of the target portfolio.

Looking more closely at some of the routines in the embodiment illustrated in Fig. 4, in one implementation sort and divide routine 42 is configured to divide the input target portfolio (or a portion of the target portfolio, in the case of incremental loading) into smaller subportfolios by, for example, a sorting process based on some user-defined set of key attributes. Each key attribute is associated with a particular feature or characteristic of a financial instrument, and serves as a sort key on which the collection of financial instrument information can be sorted.

The judicious use of key attributes allows a user to refine the contents of each subportfolio to a level consistent with that user's particular risk management reporting objectives. A list of key attributes can be passed to sort and divide routine 42 using, for example, a GUI or a configuration file.

5           The use of key attributes provides a convenient way to tailor the operation compression engine 20 to particular uses. For example, key attributes can be used to cause sort and divide routine 42 to generate subportfolios that are particularly directed to the performance of credit risk reporting. In such an implementation, an input portfolio can be partitioned based on attributes such as (a) the legal entities that were the counterparties in the associated transactions, and (b) the  
10       jurisdictions where the transactions were booked. Application of these key attributes will result in the input portfolio being divided into subportfolios associated with different legal entities, and further being divided into subportfolios associated with different jurisdictions. These subportfolios could be further divided based on instrument type (e.g., option, fixed income). It should be noted, however, that such a sorting approach is presented by way of example only.  
15       The most advantageous key attributes for any particular implementation will vary, for example, in accordance with the particular reporting needs of a given institution or a particular type of risk analysis.

          Since a target portfolio will most likely contain many different types of financial instruments, and since different instruments have different characteristics and are suitable for  
20       different compression methods, an institution may choose to compress only some of the instruments and use only some of the available types of compression techniques. Accordingly, in a variation on the example shown in Fig. 4, sort and divide routine 42 may apply an additional set of key attributes to further sort the instruments into subportfolios based on whether or not they will be compressed and, if so, the particular compression methodology(s) that will be  
25       applied. In other words, those instruments that will eventually be compressed are separated from those instruments that will not be compressed, and the instruments that will eventually pass through one or more of the compression routines are sorted into subportfolios based on the compression technique or combination of techniques that will be performed on them. Thus, in addition to specifying a list of key attributes to be used in creating a subportfolio hierarchy, a user  
30       may also specify the types of compression techniques that will be applied. By configuring compression engine 20 to include a function library for compression that is both flexible and extendible, users can be given the ability to vary the composition of the resulting subportfolios (in essence, a list of compressible instruments) according to the compression methodology desired.

Referring again to the embodiment shown in Fig. 4, the input subportfolios to cashflow generation routine 44 are comprised of instruments that either generate only fixed cashflows or can be represented for valuation purposes as generating only fixed cashflows. Such instruments include, for example, fixed rate bonds, floating rate notes, forward rate agreements, futures and forward contracts, foreign exchange forwards, fixed notional swaps and certificates of deposit. In many cases, cashflow instruments are advantageously represented in computer-implemented apparatus 10 in terms of their financial and accounting descriptions, and not directly as actual cashflows. Thus, cashflow generation routine 44 generates the cashflows of these instruments based on these financial descriptions. Nevertheless, for purposes of valuation, risk measurement and compression, it may sometimes be desirable to represent these instruments by a series of cashflows occurring at certain times in the future, in which case their present value is equal to these cashflows discounted at appropriate rates. For example, a given fixed rate bond may be described by its maturity, notional, coupon rate and coupon frequency. Future cashflows can then be determined completely from this information, and its mark-to-market valuation can be obtained by discounting the future cashflows using current market rates. Again, however, the particulars may vary in accordance with the particular needs of any given implementation.

Turning now to first aggregation routine 46, as noted above this routine can be configured to generate a new type of instrument, called an aggregated cashflow instrument or ACI, for every interest rate curve. An ACI is simply a synthetic bond that pays the specified cashflows at the specified times. At this stage, all the generated cashflows that are discounted with the same discount curve are aggregated into a single ACI, and cashflows occurring on the same day are netted. The present value can thus be determined by discounting these cashflows using a single discount curve. For example, a portfolio consisting of 5000 fixed rate bonds in US dollars with maturities up to 10 years and paying semi-annual coupons would contain at most 100,000 cashflows. After aggregation, these would be represented by one ACI with at most 2500 cashflows (based on 250 business days per year). Since it is unlikely that these fixed rate bonds would have maturities covering every business day of the year, the actual number would generally be much less than this. Persons skilled in the art will recognize the substantial savings in terms of processing resources possible through such aggregation. Moreover, it should be noted that the subportfolio(s) output from first aggregation routine 46, containing those instruments that could not be represented by a fixed cashflow (e.g., options) and one or more aggregated cashflow instruments, has the same theoretical value and the same sensitivities to the previously-identified risk factors as the input subportfolio(s) since no approximations have been done. Other discounting approaches can alternatively be applied. The present invention is not limited in this

regard.

As noted above, portfolio compression is generally a process whereby an input portfolio is represented using simpler instruments, using fewer instruments, or both. In one particular implementation of the embodiment shown in Fig. 4, compression routine 48 applies analytical compression to compress subportfolios containing a large set of cashflows into a much smaller set of cashflows, and also applies scenario-based compression to compress subportfolios containing options. Compression routine 48 is ideally designed to be extendible so that additional compression methodologies can easily be added in a modular way. Implementation of such extensible designs is well known in the field of software development.

The following discussion describes both analytical compression and scenario-based compression in further detail, including mathematical support for the theoretical models underlying the respective compression techniques. It should be noted, however, that the present invention is by no means limited to only these compression techniques, nor to the particular application of these compression techniques set forth herein.

The rationale behind analytical compression is relatively straight-forward. The basic approach is to seek a simpler space for approximating the portfolio with a set of basis functions, such that the stochastic process that the new risk factors follow can easily be found as a function of the original ones. In other words, the basic approach is to seek a lower-dimensional space for approximating the portfolio, such that the process of describing the portfolio price can easily be found as a function of the original risk factors. By expressing the portfolio in the right space and with the right functions, it is possible to achieve a reduction in dimensionality and a much smaller and simpler portfolio to process. By exploiting the functional properties of the portfolios and further using simulation techniques, the application of analytical compression provides substantial improvements in accuracy, and in flexibility, over known approaches to risk measurement, such as the "delta-normal" approach to estimating VaR popularized in J. P. Morgan's RiskMetrics™ methodology (see *RiskMetrics™ - Technical Document*, Morgan Guarantee Trust Company Global Research (4th ed. 1996)). Not only does analytical compression capture higher-order effects, such as convexity of bonds or gamma of options, but the resulting compressed portfolios can also be used directly in simulation with other complex derivative portfolios for on-line VaR calculations.

Analytical compression bears some resemblance to known principal component techniques, where the changes in the risk factor space are captured in a low-dimensional projection of the original space. However, the mapping obtained through analytical compression is not necessarily linear and it optimally accounts for the behavior of the portfolio. Moreover, as

a "cashflow compression," analytical compression goes much further than standard cashflow bucketing techniques (discussed below) where, for example, cashflows at given times are mapped to their duration equivalents on adjacent, predetermined nodes. Not only does analytical compression preserve the global properties of the portfolio more accurately, but it also offers at least an order of magnitude improvement in processing time. To further illustrate the analytical compression technique, the principles and theory of analytical compression are described below in the context of a particular implementation for fixed cashflow portfolios.

By way of background, and as noted above, the Value-at-Risk (VaR) of a portfolio represents the maximum level of losses that a portfolio could incur over some predetermined time period with a high confidence. More formally,  $VaR_{\alpha}(t)$ , the VaR with confidence level  $\alpha$ , for a period  $[0, t]$ , is given by the solution of the equation

$$Pr\{V(R_0, 0) - V(R_t, t) \leq VaR_{\alpha}(t)\} = \alpha \quad (\text{Eq. 1})$$

where  $V(R_t, t)$  denotes the value of the portfolio at time  $t$ ;  $R_t$  represents the vector of underlying (stochastic) risk factors; and  $\alpha$  (one-sided) is typically 0.9 to 0.99. The time interval is usually between 1 and 10 days.

Given this definition of VaR, consider a portfolio of fixed cashflows,  $C_i > 0$  at time  $t_i$ , for  $i = 1, \dots, n$ . The present value of the portfolio today is given by

$$V(r) = \sum_{i=1}^n C_i \exp(-r_i t_i) \quad (\text{Eq. 2})$$

where  $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)$  represents the vector of continuously compounded discount rates at each term.

The "yield to maturity" of the portfolio,  $y$ , is the single rate at which all the coupons can be discounted to give the same portfolio value. Hence, it is given by the unique root of the equation

$$\sum_{i=1}^n C_i \exp(-r_i t_i) = \sum_{i=1}^n C_i \exp(-y t_i) \quad (\text{Eq. 3})$$

This expression can be written more concisely as the identity

$$V(r) = V_y(y)$$

where, for simplicity, we denote  $V_y(y) = V(y, y, \dots, y)$ . Note that the solution  $y$  to Eq. 3 is not unique if all cashflows do not have the same sign.

The "modified duration" of the portfolio is defined as the (negative) derivative of  $V$  with respect to the yield, that is

$$D \equiv -\frac{dV_y}{dy} = \sum_{i=1}^n C_i t_i \exp(-y t_i) \quad (\text{Eq. 4})$$

5 It should be noted that, given that the cashflows are fixed, the yield and duration of the portfolio at a given time can be seen exclusively as functions of the interest rate vector  $r$ .

As shown above, the yield of the portfolio can be viewed as an alternative representation of the value of the portfolio. Thus, there is a one-to-one mapping between them. The yield further acts with a similar functional form as the rates to give the value of the portfolio.

10 In view of the foregoing, to obtain the distribution of changes in value of the portfolio, and VaR, using the pricing function  $V_y(y)$ , one first determines the distribution of the yield. This is not hard task if the joint distribution of the rates is known, since it can be shown that the instantaneous yield changes follow the equation

$$dy = \sum_{i=1}^n \frac{\partial y}{\partial r_i} \cdot dr_i = \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot dr_i \quad (\text{Eq. 5})$$

where

$$\beta_i \equiv \frac{dy}{dr_i} = \frac{C_i \cdot t_i \cdot \exp(-r_i t_i)}{D}, i = 1, \dots, n \quad (\text{Eq. 6})$$

15 We refer to  $\beta \equiv (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$  as the vector of yield sensitivities. Note also that an interesting simple identity that arises directly from Eq. 2 and Eq. 6 is

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{t_i} \cdot \frac{\partial y}{\partial r_i} = \frac{V(y)}{D(y)} \quad (\text{Eq. 7})$$

For a sufficiently large  $n$  and rapidly decreasing correlations, the distribution of yield changes,

$dy$ , can be approximated by a normal distribution. This is true even for larger changes because of the central limit theorem.

Since it is customary to assume that the relative changes of the rates follow a joint normal distribution, it is convenient to express Eq. 5 as

$$dy = \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot r_i \cdot \frac{dr_i}{r_i} \quad (\text{Eq. 8})$$

Then, the volatility of yield changes can be computed as

$$\sigma_{\Delta y}^2 = \sum_{i,j} \beta_i \beta_j \sigma_i \sigma_j r_i r_j \rho_{ij} \quad (\text{Eq. 9})$$

where  $\sigma_i$  represents the volatility of the  $i$ -th return, and the  $\rho_{ij}$  are the entries in the correlation matrix. In matrix form this can be more compactly expressed as

$$\sigma_{\Delta y}^2 = (\beta \cdot r)^T \Sigma (\beta \cdot r)$$

with  $\Sigma_{ij} = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$ , and again we use the vector multiplication notation, that is,  $(\beta \cdot r)_i = \beta_i r_i$ .

It is important to emphasize that the differential process for the yield can be precisely known, given the joint process for the original risk factors (the individual rates, in this case). In principle, no approximation is required. For a more formal presentation of this observation, see Appendix 1 of Ron Dembo et al., *Analytical Compression of Portfolios and VaR*, Algorithmics Technical Paper No. 96-01 (1997), which discussion is incorporated herein by reference.

The results above can already be used to simplify VaR calculations using simulation by reducing the sample space from  $n$  (the dimension of changes in  $r$ ) to one dimension (changes in  $y$ ). One can then use  $V_y(y)$  to value the portfolio, which still requires the evaluation of a series of  $n$  terms. This yield-based Monte Carlo method is a faster and more robust method than simple Monte Carlo because of the reduction in parameter space and the fact that the yield's volatility is much smaller than volatilities of the rate returns. Furthermore, for a portfolio of strictly positive or strictly negative cashflows, VaR can be calculated analytically, without simulation, by noticing that  $V_y(y)$  is monotonic and applying the one factor theorem described in Section 2 of Ron Dembo et al., *Analytical Compression of Portfolios and VaR*, Algorithmics Technical Paper

No. 96-01 (1997), which discussion is incorporated herein by reference. For more general portfolios, performance can be improved even further by making some approximations, as shown below.

The transformation from yield to value,  $V_y$ , still requires the discounting of  $n$  cashflows. However, an efficient approximation of this function can be used for VaR calculations. For a portfolio of only positive (or only negative) cashflows, it is possible to reduce the problem to the computation of a single cashflow, such as a zero coupon bond. That is, the function  $V_y$  can be approximated by

$$\tilde{V}(y) = C \exp(-yt). \quad (\text{Eq. 10})$$

The two new parameters in this expression,  $C$  and  $t$ , are found by matching value and modified duration while using the yield calculated with Eq. 3; that is, from the following two expressions

$$C \exp(-yt) = \sum_{i=1}^n C_i \exp(-yt_i) \quad (\text{match } V) \quad (\text{Eq. 11})$$

$$t = \frac{\sum_{i=1}^n C_i t_i \exp(-yt_i)}{\sum_{i=1}^n C_i \exp(-yt_i)} \quad (\text{match } D) \quad (\text{Eq. 12})$$

Of course,  $\tilde{V}(y)$  is also monotonic, and therefore the VaR approximation could be computed without simulation. The result of this approximation is a series of exponentials with a single exponential function that matches both value and first derivative at one point, and where the term  $(-y t)$  “averages” the exponents in the series. In fact, it is shown in Appendix 2 of Ron Dembo et al., *Analytical Compression of Portfolios and VaR*, Algorithmics Technical Paper No. 96-01 (1997) (which discussion is incorporated herein by reference) that, for portfolios of positive cashflows,  $\tilde{V}(y)$  is always dominated by  $V_y(y)$ , the exact value. That is,

$$V_y(y) \geq \tilde{V}(y), \text{ for all non-negative } y \quad (\text{Eq. 13})$$

The reciprocal is true for portfolios of negative cashflows.

For portfolios with both positive and negative cashflows, the yield, given by the root of



Eq. 3 above, is not unique. A simple solution to this problem is to divide the subject portfolio into two subportfolios, one with strictly positive and the other with strictly negative cashflows. The total value of the portfolio can then be expressed as  $V = V^- + V^+$  where

$$V^+ = \sum_{i=1}^n C_i^+ \exp(-r_i t_i), \quad V^- = \sum_{i=1}^n C_i^- \exp(-r_i t_i) \quad (\text{Eq. 14})$$

and  $C_i^+ \geq 0, C_i^- \leq 0$ .

- 5           The yields  $(y^+, y^-)$  of both subportfolios are unique in this case, and the total portfolio can be compressed into two cashflows, a positive and a negative one. The two compressed portfolios, respectively, have yields  $(y^+, y^-)$ , computed through Eq. 3, coupons  $(C^+, C^-)$  and durations  $(t^+, t^-)$ , computed through Eq. 11 and Eq. 12. Thus, the portfolio value function can be approximated by

$$\tilde{V}(y^+, y^-) = C^+ \exp(-y^+ t^+) + C^- \exp(-y^- t^-) \quad (\text{Eq. 15})$$

- 10           It can be shown that the volatilities and covariance of  $(y^+, y^-)$  are given by the following expressions

$$\begin{aligned} \sigma_+^2 &= (\beta^+ \cdot r)^T \Sigma (\beta^+ \cdot r) \\ \sigma_-^2 &= (\beta^- \cdot r)^T \Sigma (\beta^- \cdot r) \\ \text{Cov}(y^+, y^-) &= (\beta^+ \cdot r)^T \Sigma (\beta^- \cdot r) \end{aligned} \quad (\text{Eq. 16})$$

- 15           The VaR of the portfolio can be computed through a Monte Carlo simulation on the two-dimensional space  $(y^+, y^-)$  and using  $\tilde{V}$  as in Eq. 15. Given the low dimensionality and simple valuation, this is an effective computational technique. Furthermore, other low-dimensional integration techniques may be more effectively used in this case (e.g., low discrepancy sequences). Notice also that the property of strict monotonicity of  $\tilde{V}$  in each risk factor,  $(y^+, y^-)$ , can be exploited to accelerate simulations.

- 20           Consider now the case of a cashflow portfolio denominated in a different currency, thus having foreign exchange (FX) risk in addition to the interest rate (IR) risk. The value of the portfolio in the domestic currency can be expressed as

$$V(r, S) = S \sum_{i=1}^n C_i \exp(-r_i t_i) \quad (\text{Eq. 17})$$

where  $S$  now denotes the spot exchange rate from the foreign currency (the value of one unit of foreign currency in domestic currency). Without loss of generality, assume that all the cashflows are positive. By using the results in the previous section, it is possible to approximate the value function of Eq. 17 with

$$\tilde{V}(y, S) = S \cdot C \exp(-y t) \quad (\text{Eq. 18})$$

5 In this sense, the portfolio can be seen as one position in a bond in the foreign currency. Note the intrinsic multiplicative functionality of the FX spot rate.

A straight-forward approach to estimating VaR is to create scenarios in two-dimensional space  $(y, S)$  and use Eq. 18. Clearly, when the portfolio has both positive and negative cashflows, the joint application of Eq. 15 and Eq. 18 leads to a simulation in the three-  
10 dimensional space  $(y^+, y^-, S)$ .

Alternatively, further approximations may be possible. For example, Eq. 18 may be written as

$$\begin{aligned} \tilde{V}(y, S) &= C \cdot S_0 \cdot \exp \left[ \left( \frac{\ln(S/S_0)}{t} - y \right) t \right] \\ &= C_S \cdot \exp(-Y_s t) \equiv \tilde{V}(Y_s) \end{aligned} \quad (\text{Eq. 19})$$

15 where  $S_0$  denotes the current spot FX value and  $Y_s = \left( y - \frac{\ln(S/S_0)}{t} \right)$ . Similar to Eq. 8 above, the differential changes in  $Y_s$  are then given by

$$dY_s = \sum_{i=1}^n \frac{\partial Y_s}{\partial r_i} \cdot dr_i + \frac{\partial Y_s}{\partial S} \cdot dS \quad (\text{Eq. 20})$$

where the  $\beta_i$ 's,  $i = 1, \dots, n$ , are as given before, and  $\beta_S = 1 / (S \cdot t)$ .

$$= \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot r_i \cdot \frac{dr_i}{r_i} + \beta_S \cdot S \cdot \frac{dS}{S}$$

It should be noted that Eq. 19 reduces the problem to the single cashflow case, and hence its VaR can be computed analytically. However, in practice, the errors in the distribution introduced can be substantial when compared with those that arise from using the yield approximation of Eq. 18 exclusively. The main sources of these errors arise from the discrete approximation of Eq. 20 and the degree of non-normality of the distribution of  $Y_S$ .

Considering now a general multi-currency, multi-curve case, this can be solved by an iterated application of the above-described single currency case. Consider the general case of a global portfolio consisting of  $m$  subportfolios denominated in different currencies (the first of which is the domestic currency), where the portfolio contains IR risk factors. The value of the whole portfolio in the domestic currency can then be expressed as

$$V = \sum_{k=1}^m S_k \sum_{i=1}^{n_k} C_{ki} \exp(-r_{ik} t_{ik}) \quad (\text{Eq. 21})$$

where  $k$  is used to index the currencies and  $S_1 = 1$ . The total dimension of the risk parameter space, in this case, is  $\dim = \sum n_k + m - 1$ . When the number of IR risk factors in each subportfolio is given by a constant  $n_r$ , then this simply becomes  $m(n_r + 1) - 1$ . For example, a typical portfolio with 5 currencies and 16 term structure points (e.g., using the RiskMetrics™ term points), would then involve a problem with dimension 84:  $5 \cdot 16$  (IRs) + 4 (FX). By applying the results of the previous section, the portfolio can be compressed to be valued as

$$V_A = \sum_{k=1}^m S_k [C_k^+ \exp(-y_k^+ t_k^+) + C_k^- \exp(-y_k^- t_k^-)] \quad (\text{Eq. 22})$$

where the  $y_k$ 's,  $C_k$ 's, and  $t_k$ 's denote the yields, coupons and durations of each subportfolio respectively. The dimension in this case is now  $\dim = 3m - 1$  (the  $2m$  random yields  $(y_k^+, y_k^-)$ ,  $k = 1, \dots, m$ , and the  $m - 1$  FX spot rates  $S_k$ ,  $k = 2, \dots, m$ ). The risk factor space for the portfolio

in the example above with 5 currencies would then be compressed to have  $\text{dim} = 14$ . It should be noted that further simplifications are possible where the dimension can be reduced to 2 risk factors. This is accomplished, for example, by first applying Eq. 19 and then compressing all the resulting positive and negative cashflows into two cashflows using the yield approximation.

5           The techniques just described dealt mostly with fixed cashflow instruments; however, the techniques can also be used effectively for portfolios that contain floating instruments and derivatives. Methods such as the fixed notional method and approximations such as delta bucketing (see below) can be used to express most cashflow instruments in terms of fixed cashflows. Thus, the part of a portfolio without optionality, which typically accounts for 80-90%  
10 of the entire portfolio, can be compressed to a few positions, and the risk profile of the entire portfolio can be computed using a Monte Carlo simulation. The computation in this case is much faster and retains full accuracy. This is in sharp contrast to a pure covariance (e.g., RiskMetrics™) methodology where the substantial higher-order effects of derivatives, and even bond convexities, are not accounted for. Moreover, from a data processing perspective,  
15 analytical compression is ideal for batch processes, greatly enhances effectiveness of overall portfolio storage and loading/downloading, and releases vast amounts of memory for other processing.

As alluded to above, "bucketing," and in particular "cashflow bucketing," is a known technique for reducing a total number of cashflows produced by a set of instruments. In general,  
20 bucketing is a technique that is desirable in practice not only for performance reasons, but also because distributions are generally only available for a small number of term points. For example, for fixed income instruments, the J.P. Morgan distributed data sets (see the above-cited *RiskMetrics™ - Technical Document*) have volatilities and correlations for sixteen term points.

Industry standards for bucketing of fixed income instruments include "duration  
25 bucketing" and the bucketing suggested in RiskMetrics™. Given a set of standard term nodes, both methods map each cashflow separately to the two (or one) closest nodes. Duration bucketing accomplishes this by matching the present value and the duration of the original cashflow. The bucketing described in RiskMetrics™ does this by matching present value and the volatility of the original cashflow. A further assumption of linear interpolation between the  
30 prices of zero coupon bonds is required. Additional information on these two bucketing techniques, including their relative advantages and disadvantages, can be found in the above-cited *RiskMetrics™ - Technical Document* and Mark B. Garman, *Issues and Choices in Analytic (Variance-Covariance) Value at Risk* (presented at the RIMAC 97 Conference, Scottsdale, Arizona, February 1997).

By contrast, delta bucketing provides a more powerful and robust technique than either duration bucketing or the RiskMetrics™ approach. Delta bucketing is generally applicable to all financial instruments, but is perhaps most appropriate for linear instruments. Delta bucketing aims to standardize the times at which cashflows occur. For fixed income instruments, delta bucketing reduces the number of cashflows in a portfolio by redistributing them over the standard term structure. This redistribution of the cashflows is done in a such a way that the partial derivatives (or key rate durations) of each individual instrument or cashflow with respect to each of the original risk factors is preserved.

The foregoing bucketing methods bucket each cashflow separately to the nearest nodes, without regard for the portfolio to which they belong. Hence, some global portfolio properties, such as its yield to maturity and duration, will not be preserved, because such properties are not additive. Preserving these properties for each individual cashflow does not guarantee that the property at the portfolio is preserved. By contrast, so-called “yield bucketing” maps all portfolio cashflows by preserving these global portfolio properties. In this way, cashflows are bucketed to standard nodes, accounting for all other cashflows in the portfolio, by assuring that the new bucketed portfolio preserves the same value, yield, and duration of the original portfolio. This is a desirable feature where the bucketing technique is to be used in conjunction with analytical compression, since the yield becomes the single risk factor that the portfolio depends on.

Turning now to the details of scenario-based compression, in accordance with a particular embodiment of the present invention, compression engine 20 can be configured to perform scenario-based optimization as follows. A portfolio or subportfolio to be compressed is passed to a cashflow and embedded option analyzer that returns a set of maturities for all instruments in the subportfolio, a set of underlying risk factors, and a range of strike prices for any embedded options.

The output from cashflow and embedded option analyzer, along with a description of the type of analysis to be performed (e.g., 10-day VaR at 99% confidence, 1-month VaR at 95%), then serves as input to a replicating set generator. The information concerning analysis type can be obtained, for example, from a user through a GUI or from a configuration file. The replicating set generator outputs a set of replicating instruments that effectively “spans,” or covers, the target portfolio. The output from the cashflow and embedded option analyzer and the information concerning analysis type also serves as input to a scenarios generator that returns a set of scenarios and time points under which the replication is to be performed. The scenarios generator may generate scenarios dynamically, or may retrieve previously-generated scenarios from, for example, a database. In general, the operations of the replicating set generator and the

scenarios generator are governed by a simple rule-based system, an example of which is set forth below.

Acting on the set of replicating instruments, the target portfolio and the set of scenarios, a simulation module determines the values of every instrument in the target portfolio under every scenario at the specified time points. The results of the simulation module are then input to an optimization problem module, which formulates a linear programming problem to find the optimal replicating portfolio. This problem is then solved using standard linear programming techniques and associated software (e.g., the CPLEX™ application distributed by ILOG of Incline Village, Nevada). The solution to the problem is a set of positions to take in the replicating instruments that best matches the behavior of the target portfolio over the specified scenarios. Finally, a construct compressed portfolio module constructs the compressed replicating portfolio from the output of optimization problem module. For example, the construct compressed portfolio module may generate a report identifying actual market transactions to carry out in order to construct the replicating portfolio. The set of instruments contained in the replicating portfolio (i.e., the replicating instruments) might include many different types of instruments, including instruments with optionality (e.g., bond options, caps/floors), in order to provide a more robust replicating portfolio for non-linear instruments.

The scenario-based compression model rests on a number of assumptions. For example, it is assumed that a compressed portfolio will be used as a surrogate for the corresponding target portfolio over some finite period of time (hereinafter, the "replication period"). During the replication period, it is assumed that only a finite number of events or scenarios  $S$  can occur; however, there is uncertainty as to which of these events will actually occur. Accordingly, the probability of an  $i^{\text{th}}$  future event occurring at some point during the replication period is denoted by  $p^i \in R^S$ .

A second assumption underlying the scenario-based compression model is that only a finite number  $N$  of financial instruments are available for creating the compressed portfolio. Because the compressed portfolio will only be used as a surrogate for valuing the target portfolio and its attributes, it may be made up of any instruments whose prices are known. Moreover, the liquidity of the instruments is not relevant unless the compressed portfolio is to be used for purposes other than valuation (for example, hedging).

Fig. 5 sets forth notation conventions that will be used in explaining further the technique of scenario-based compression. In addition, a superscript  $T$  will denote the transpose of a vector or matrix. Applying the convention described in Fig. 5, let  $q_a = ((q_1)_a, (q_2)_a, \dots, (q_N)_a)^T$  be the known values, at the start of the replication period, of attribute  $a$  ( $a = 1, \dots, A$ ) of each candidate

instrument for the compressed portfolio. From time to time, we will drop the subscript "a" when a generic statement applying to any attribute is made.

Further, let  $D_a$  be the S by N matrix that gives the possible values of attribute a ( $a = 1, \dots, A$ ) of each instrument in each scenario. That is, each entry  $(d_{ij})_a$  is the value of instrument j ( $j = 1, 2, \dots, N$ ) at the end of the replication period, if scenario i ( $i = 1, 2, \dots, S$ ) were to occur. Similarly, we assume the target portfolio has attributes valued at  $c_a$  at the beginning of the replication period, and attributes valued at  $\tau_a = ((\tau_1)_a, (\tau_2)_a, \dots, (\tau_N)_a)^T$  ( $a = 1, \dots, A$ ) at the end of the replication period depending on which scenario(s) actually occur. A portfolio is characterized by the vector "x," with each component  $x_j$  denoting the amount the portfolio contains of instrument j ( $j = 1, 2, \dots, N$ ).

$E(\tau) = \tau^T p$  will denote the expectation of  $\tau$  over the probability distribution  $p$ . Finally,  $E(D_a) = D_a^T p$  denotes an N-dimensional column vector of expected values of attribute a of the instruments in the compressed portfolio at the end of the replication period.

Given the foregoing, a tracking function may be used to measure the degree to which a compressed portfolio matches a corresponding target portfolio under the possible values that the attributes might assume during the replication period. The tracking function may be expressed as

$$T(x) = \sum_{i=1}^A \|D_a x - \tau_a\|.$$

The actual choice of norm used to measure the deviations between the compressed portfolio and the target portfolio will depend on the context and the desired statistical properties of the solution. For example, one could choose standard regret or maximum error as the error measure; and all errors, only positive errors, or only negative errors may be minimized. In this measure, weighting constants  $w_a$  are used to emphasize one attribute over another and to apply a conversion to consistent units. For example, if standard regret, including all errors, is chosen then

$$\|D_a x - \tau_a\| = w_a E(|D_a x - \tau_a|) = w_a (p_s^T |D_a x - \tau_a|).$$

As another example, if maximum error, including all errors, is chosen then

$$\|D_a x - \tau_a\| = w_a \max_j \left| \sum_{j=1}^n (d_{ij})_a x_j - (\tau_i)_a \right|.$$

In order to guarantee that the target and compressed portfolios are as close as possible over the

entire chosen period, it is natural to require that the values of relevant attributes for both portfolios are the same under current conditions. This leads to the following set of boundary conditions:  $q_a^T x = c_a$ ;  $a = 1, \dots, A$ .

In view of the foregoing, a scenario-based compression model may thus be expressed in a relatively straight-forward manner. According to this model, there always exists a feasible compressed portfolio (that is, one satisfying the equation below), provided there are more independent instruments from which the compressed portfolio is selected than there are attributes that must be matched at the start of the replication period. This model can be described mathematically as follows:

$$T^* = \min_x T(x) = \min_x \sum_a \|D_a x - \tau_a\|$$

subject to  $q_a^T x = c_a = 1, \dots, A$ . That is, the equation is to minimize the tracking function over all possible amounts of each instrument in the compressed portfolio, while at the same time ensuring that the total value of such instruments is equal to the value of the target portfolio.

In accordance with a variation on the above-described embodiments of the present invention, a compressed portfolio generated by, for example, compression engine 20 of the embodiment shown in Fig. 1, may be subjected to post-processing where the compression process generates instruments that depend on new risk factors (i.e., risk factors that were not present in the original, uncompressed target portfolio). These new risk factors may be provided, for example, by a market risk factors' distribution module. In accordance with this variation, a scenario generation module creates a set of scenarios based on these new risk factors, or alternatively adds the new correlated scenarios to an existing scenario set, after which the institution's risk profile can be calculated using the compressed portfolio and the new scenario set. Such post-processing is described further in the above-cited reference titled *Analytical Compression of Portfolios and VaR*, the pertinent disclosure of which is incorporated herein by reference.

For compression techniques such as analytical compression, the risk factor space will typically include some new variables (e.g., the compressed yields). To simulate the value of the global portfolios under changing market conditions, with both compressed portfolios and portfolios that are not compressed, scenarios must be generated from the joint distribution of the market factors and the new risk factors. These joint distributions are readily available from the yield sensitivities which describe the stochastic processes they follow (see the discussion of analytical compression above). If a scenario set in the original risk factors exists, each scenario is



augmented to include the new risk factors (using, for example, Eq. 8, 9 and 16 above).

The following examples are presented to further illustrate features and advantages provided by embodiments of the present invention. The first example involves application of a compression engine, such as that shown in Fig. 2, to a simple portfolio, and demonstrates both the accuracy and possible time savings that may be realized. Consider a small portfolio of long and short positions in 38 US government bonds with maturities ranging from 46 days to 12 years. The current time that was used for valuation purposes was July 22, 1995. This portfolio, which has a theoretical value of \$9,482,415.3044 USD, was valued using an upward sloping discount curve whose values at the various term points were approximately 5%. The portfolio was compressed using delta bucketing and analytical compression, after which a VaR number for both the compressed portfolio and the target portfolio were calculated using a Monte Carlo simulation.

Referring again to the embodiment of Fig. 4, data packets describing all of the instruments 38 in the target portfolio were input to load instruments routine 40. Given that the target portfolio was small, it was possible to load all of the instruments at one time. Output from load instruments routine 40 was then input to sort and divide routine 42. In this case, the output from sort and divide routine 42 was identical to the input because:

- (1) the only user-defined key attribute was specified as "discount curve," and all instruments were discounted using the U.S. Treasury curve; and
- (2) it was determined that all of the instruments would be subjected to delta bucketing and analytical compression (i.e., none of the instruments would bypass compression routine 48).

Output from sort and divide routine 42 was then passed to cashflow generation routine 44 and aggregation routine 46, resulting in the cashflows of the 38 bonds being generated and aggregated into a single ACI consisting of 143 cashflows. This single ACI was then passed to compression routine 48, where it was subjected to compression processing using both the delta bucketing and analytical compression techniques.

First, delta bucketing was applied to the portfolio containing the 143 cashflows, resulting in a reduction in the number of cashflows from 143 to 13. These 13 cashflows occur at the standard RiskMetrics™ term points, as discussed more fully in the above-cited *RiskMetrics™ - Technical Document*. Next, this reduced set of cashflows was passed to an analytical compression subroutine, and the positive cashflows were separated from the negative cashflows. In each instance (positive or negative) the yield was calculated and the cashflows were compressed to a single zero coupon bond. The output from compression routine 48 consisted of

two zero coupon bonds -- one with a positive notional and one with a negative notional. In addition, two new risk factors, based on the yield to maturity of each zero coupon bond, were created.

Fig. 6 shows the 13 cashflows produced using the delta bucketing compression technique.

Note that a cashflow was created at the 15-year term point, which is three years past the longest maturing bond. Fig. 7 shows the cashflows of the compressed portfolio produced by applying the analytical compression technique to the result of the delta bucketing compression. Here, the first zero coupon bond created has a cashflow on February 22, 1998 of (39,554,346.0729) USD, and the calculated yield is 5.1185%. The second zero coupon bond created has a cashflow of 60,098,278.9511 USD on September 18, 2001, and the calculated yield is 5.5537%. The compressed portfolio consists of the two compressed bonds calculated as set forth above.

Scenarios based on the two new yield risk factors were added to the original scenario set using a scenario generation routine, thereby enabling a VaR number to be calculated for the compressed portfolio.

To further demonstrate some of the advantages possible through application of such embodiments of the present invention, a comparison was made of 1-day VaR results based on the following risk management techniques:

- (1) linear approximation (i.e., RiskMetrics™);
- (2) scenario-based VaR using the target portfolio and 1000 Monte Carlo scenarios on the U.S. Treasury curve; and
- (3) scenario-based VaR using the compressed portfolio and 1000 Monte Carlo scenarios on the compressed yield risk factors.

The VaR numbers were calculated for three different confidence levels and the simulation results are the average over ten runs. These results are presented in Table 1.

**Table 1: Comparison of VaR (million \$)**

confidence level	1000 MC using original portfolio	1000 MC using compressed portfolio	RiskMetrics
.90	1.689 (100)	1.670 (98.88)	1.553 (91.95)
.95	1.992 (100)	1.986 (99.70)	1.967 (98.74)
.99	2.645 (100)	2.630 (99.43)	2.491 (93.86)

Note: Quantities in parentheses represent VaR as a percentage of the original portfolio's scenario-based VaR (column 2).

As can be seen, in each of the three cases the standard deviation of the results for the compressed portfolio were approximately half the standard deviation of the results of the uncompressed target portfolio.

The experiment was then repeated using 4000 Monte Carlo scenarios, with the compressed portfolio again having half the variance of the target portfolio. These results are presented in Table 2.

**Table 2: Comparison of VaR (million \$)**

confidence level	4000 MC using original portfolio	4000 MC using compressed portfolio	RiskMetrics
.90	1.650 (100)	1.651 (100.06)	1.553 (94.12)
.95	1.961 (100)	1.967 (100.31)	1.967 (100.31)
.99	2.605 (100)	2.614 (100.35)	2.491 (95.62)

Note: Quantities in parentheses represent VaR as a percentage of the original portfolio's scenario-based VaR (column 2).

In both cases, as illustrated in Table 1 and Table 2, the Value-at-Risk obtained from the compressed portfolio differs from the Value-at-Risk obtained from the original portfolio by at most 1.22%, and is generally much closer. However, the time required to compress the portfolio and calculate the scenario-based VaR from the compressed portfolio varied from approximately 3% to 10% of the time required to calculate the scenario-based VaR from the target portfolio.

In a second example, an embodiment such as that illustrated in Fig. 4 was applied to a more complex target portfolio containing a substantial number of derivative positions. Delta bucketing, analytical compression, and scenario-based compression methodologies were applied to the target portfolio to show the accuracy and time savings that can be achieved.

- 5           The target portfolio for this second example consisted of over 18,000 instruments, including many instruments with optionality such as caps and swaptions, in three currencies (British pounds sterling, Japanese yen, and U.S. dollars). The current time used was February 14, 1996 and the three discount curves (one in each currency) ranged from 5.5% to 6.5%. The instruments that comprised the target portfolio were common stock, European equity options,
- 10          European FX options, caps, swaptions, fixed notional swaps, fixed rate CDS, fixed rate bonds, swap fixed legs, swap predetermined legs, currency swaps and FX forwards. The number of positions in each instrument are summarized in the second column of Table 3.

**Table 3: Overall Results Summary (all time in seconds)**

Instrument	Number of Instruments	Simulation time <sup>b</sup> using original portfolio	Simulation time <sup>b</sup> after Analytical Compression	Simulation time <sup>b</sup> after Scenario Optimization	Compression time <sup>b</sup>
Common Stock	720	177			
European Equity Options	960	619			
European FX Options	1200	246			
Caps	1200	24452		15	1476
Swaptions	1200	7000			
Fixed Notional Swap	6000	15841	13		
Fixed Rate CD	1200				
Fixed Rate Bond	4800				
Swap Fixed Leg	240				
Swap Pre-Determined Leg	240				
Currency Swap	240				
Forex Forward	240				
<b>Total</b>	<b>18240</b>	<b>48335</b>	<b>1070<sup>a</sup></b>		<b>1476</b>

- Notes: a) Sum of: Common Stock (177), European Equity Options (619), European FX Options (246), Analytical Compression (13) and Scenario Optimization (15).  
 b) All performance times based on CPU usage on a SPARC station 20, 448M main memory using single 150MHz processor. Time is in seconds.  
 c) Simulation is based on 1000 Monte Carlo scenarios.

Referring again to the embodiment illustrated in Fig. 4, in load instruments routine 40, data packets describing the instruments 38 in the target portfolio were loaded incrementally in blocks of 400 instruments each. In sort and divide routine 42, the 400 instruments from the input subportfolio were partitioned into 9 subportfolios. These were created based on the key attribute, which in this case was discount curve, and the compression methodologies to be applied to the instruments. Only one discount curve was used for each currency, and hence the input subportfolio was first partitioned into three subportfolios. Next, the three subportfolios were partitioned based on instrument type only, since instrument type was used to determine the compression methodologies used.

In this example, it was determined that the common stock, equity options and FX options were not to be compressed because there were not many of them and they generally do not take long to value. Accordingly, all of those instruments were placed in a temporary storage location for later aggregation. It was further determined that caps and swaptions would be compressed using scenario-based compression, and thus those instruments were placed in a second separate subportfolio that was passed directly to compression routine 48. Finally, it was determined that the remaining 7 instrument types would be compressed using delta bucketing and analytical compression, and thus were placed in a third separate subportfolio that was passed to cashflow generation routine 44 and first aggregation routine 46.

In cashflow generation routine 44 and first aggregation routine 46, the input was one of the three subportfolios (separated by discount curve) containing fixed income instruments. The cashflows of these instruments were generated and then aggregated into a single ACI. The output from these two modules was thus three subportfolios, each consisting of a single ACI.

In compression routine 48, the input subportfolios were compressed using either the analytical compression method or the scenario-based compression method described above. Each subportfolio consisting of caps and swaptions was compressed using the scenario-based compression, where the set of replicating instruments consisted of zero coupon bonds and caplets in each of the three currencies. The scenarios for replication were bucket shifts of 1% to the instruments' discount curves at standard node points, and parallel shifts of three standard deviations in the discount curves, thus capturing higher-order effects. The output of this scenario-based compression was a portfolio of positions in approximately 10 zero coupon bonds and 10 at-the-money caplets.

Each of the three subportfolios consisting of a single ACI was then compressed using delta bucketing and analytical compression. First, delta bucketing was applied, resulting in at most 14 cashflows at the standard RiskMetrics™ term points. Next, this reduced set of cashflows was passed to an analytical compression subroutine and was separated into positive cashflows and negative cashflows. In each instance (positive and negative) the yield was calculated and the cashflows were represented by a zero coupon bond. The output from compression routine 48 was two zero coupon bonds -- one with a positive notional, and one with a negative notional. In addition, two new risk factors, based on the yield to maturity of each zero coupon bond, were created. The six subportfolios that were passed through compression routine 48 (i.e., caps and swaptions in three currencies, fixed income instruments in three currencies) comprised the compressed portfolio. The entire process was then repeated until all of the instruments in the target portfolio were loaded and processed. Once there were no more

instruments to be loaded, based on the six new yields that were created as risk factors during analytical compression, new scenarios were generated in a scenario generation routine, and these were added to the existing scenario set.

Finally, the VaR for the reduced compressed portfolio was calculated using 1000 Monte Carlo scenarios on the three discount curves. The last column of Table 3 above indicates the times required to create the compressed portfolio and the new scenarios are indicated in the last column. The time required to simulate the scenario-based VaR is indicated in the middle columns.

As can be seen from Table 3, the time required to calculate the VaR of the uncompressed target portfolio was approximately 13.5 hours. The time savings resulting from using various compression methodologies to reduce the size and complexity of the portfolios before the VaR was calculated was substantial -- it took only 40 minutes to compress the target portfolio and calculate its VaR.

As shown in Table 4 below, performance was evaluated for the subset of the target portfolio consisting of caps only, due to their apparently disproportionate contribution to the VaR calculation time. This was because the 1,200 nine-year quarterly caps, which are equivalent to over 43,000 caplets, required over 43 million calculations of the standard Black-Scholes formula (see Black et al., *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, Journal of Political Economy 81 (1973)) in a simulation using 1000 Monte Carlo scenarios.

**Table 4: Cap Compression Comparison (million \$)**

	Original Caps	Delta Bucketing	Scenario Optimization: "Gamma" Replicated
5 RiskMetrics VaR 90% Confidence	1155.57 (100)	1161.60 (100.52)	1161.18 (100.49)
1000 MC VaR 90% Confidence	1285.44 (100)	1341.78 (104.38)	1287.72 (100.18)
1000 MC VaR 95% Confidence	1442.85 (100)	1486.23 (103.01)	1442.16 (100.09)
10 1000 MC VaR 99% Confidence	1828.77 (100)	1891.20 (103.41)	1830.36 (100.09)
Replication Time (sec)		312	312
15 Simulation Time (sec)	24452	12	36

Notes: a) Quantities in parentheses represent VaR as a percentage of the uncompressed portfolio's VaR.  
 b) All performance times based on CPU usage on a SPARC station 20, 448M main memory using single 150MHz processor.  
 c) Simulation Time refers to scenario-based VaR calculations, and not to RiskMetrics VaR.

For purposes of further comparison, the caps were compressed using two methods: delta bucketing and scenario-based compression. As also shown in Table 4, the accuracy of the VaR results of the compressed portfolios were compared to the VaR results of the uncompressed portfolio of caps. It can be seen that the scenario-based VaR results of the portfolio compressed with delta bucketing were within 4.5% of the VaR produced using the uncompressed portfolio. The results are even more impressive when scenario-based compression was used to compress the original portfolio -- the scenario-based VaR of the compressed portfolio was within 0.2% of the VaR produced using the uncompressed portfolio. Substantial time savings were also realized when the VaR was calculated using the compressed portfolios. The simulation time of the portfolio consisting of 1,200 caps was almost seven hours; whereas the simulation time of the compressed portfolio, including the time required for compression, was less than six minutes.

In view of the foregoing, persons skilled in the art will appreciate that one of the important differences between portfolio compression in accordance with embodiments of the present invention and previously-used portfolio replication techniques (e.g., scenario optimization, described in U.S. Patent No. 5,148,365, and optimal portfolio replication, described in recently-allowed U.S. Patent Application No. 08/866,303) is that here the replicating portfolio need not be comprised of market-traded instruments. Rather, a compressed portfolio need only



be comprised of instruments whose price is "known" or "fair" in the particular market under consideration. Thus, as long as one is able to generate a fair market price for an instrument, even if it is not traded, the instrument may be used as part of the replicating set. This feature provides a financial analyst with substantially more flexibility in replicating a portfolio than is provided by previously-known approaches.

Another significant advantage of portfolio compression in accordance with embodiments of the present invention is the lack of liquidity restrictions on the replicating variables (i.e., the positions of instruments in the compressed portfolio). In practice, however, some liquidity restrictions make the solution of the compressed portfolio more stable. This benefit also derives from the fact that the essence of a compressed portfolio, as just discussed, is that it price correctly. Since the compressed portfolio need not be comprised of tradeable instruments, it may contain fictitious instruments in any quantity provided the price of such instruments is "fair" with respect to the market. Such fictitious instruments can be priced using analytical models based on, for example, no-arbitrage conditions or equilibrium principles, as described in John C. Hull, *Options, Futures and Other Derivatives (3E)* 572 (Prentice-Hall 1997).

Yet another advantage of such portfolio compression techniques is that often one is interested in valuing a target portfolio using some surrogate compressed portfolio for only a very limited period of time. Thus, the replication need only be valid for that limited time period, rather than over the entire expected life of the target portfolio. All of the foregoing observations imply that a replicating portfolio may be generated automatically using fictitious instruments and simple rule-based systems. An example of such a rule-based system is as follows:

- (1) if the instrument type is common stock, equity option or FX option, then do not compress;
- (2) if the instrument type is cap or swaptions, then compress using scenario-based compression;
- (3) if the instrument type is fixed notional swaps, fixed rate CDS, fixed rate bonds, swap fixed legs, swap predetermined legs, currency swaps or FX forwards, then compress using delta bucketing and analytical compression.

Embodiments of the present invention, including those described in detail above, may be distributed, for example, as a set of executable instructions residing on a storage medium. Such a storage medium can be a memory of a computer; a piece of firmware; a portable storage device, such as a diskette or other magnetic storage device, or a CD-ROM; or any other medium on which it is possible to store or otherwise distribute executable instructions.

The foregoing is a detailed description of particular embodiments of the present

invention. Persons skilled in the art will recognize, however, that many alternatives, modifications and/or variations of the disclosed embodiments are possible. For example, analytical compression and scenario-based compression are only two of a myriad of techniques that can be used to express portfolios in simpler form. Other techniques have already shown excellent practical results, including so-called Arrow-Debreu Compression, in which results of previous simulations are used to construct a new representation of a portfolio in a piecewise sense (using the analog of delta functions). Also available are so-called Power Series Methods, in which the portfolio value function is approximated by a local series expansion around the current mark-to-market price. These methods, in combination with harmonic analysis, provide an elegant and fast computational technique, as discussed in C. Albanese and L. Seco, *Harmonic Analysis in Value at Risk Calculations*, Working Paper, RiskLab-University of Toronto (1996) (accepted for publication in Finance and Stochastics). The present invention embraces all such alternatives, modifications and variations that fall within the letter and spirit of the claims, as well as all equivalents of the claimed subject matter.

We claim:

1. A computer-implemented method for compressing a portfolio of financial instruments, the method comprising the steps of:
  - identifying financial instruments to be compressed;
  - 5 generating a compressed subportfolio corresponding to the identified financial instruments; and
  - combining the compressed subportfolio and any non-compressed financial instruments into a compressed portfolio.
2. The computer-implemented method of claim 1, wherein the identified financial  
10 instruments comprises all of the portfolio of financial instruments.
3. The computer-implemented method of claim 1, wherein said step of generating a compressed subportfolio comprises performing analytical compression.
4. The computer-implemented method of claim 1, wherein said step of generating a compressed subportfolio comprises performing scenario-based compression.
- 15 5. The computer-implemented method of claim 1, further comprising the steps of:
  - sorting the identified financial instruments into fixed cashflow financial instruments and non-fixed cashflow financial instruments;
  - generating one or more aggregated cashflow instruments representing the fixed cashflow financial instruments;
  - 20 generating a first compressed subportfolio corresponding to the one or more aggregated cashflow instruments; and
  - generating a second compressed subportfolio corresponding to the non-fixed cashflow financial instruments.
6. The computer-implemented method of claim 1, further comprising the step of sorting the  
25 identified financial instruments into a plurality of subportfolios to be compressed, wherein said step of generating a compressed subportfolio further comprises separately compressing each of the plurality of subportfolios to be compressed.
7. The computer-implemented method of claim 6, wherein said compressing step further comprises using a first compression methodology to compress one of the plurality of  
30 subportfolios to be compressed and a different compression methodology to compress another of the plurality of subportfolios to be compressed.
8. The computer-implemented method of claim 6, wherein said step of sorting the financial instruments into a plurality of subportfolios to be compressed comprises separating the financial instruments according to a predetermined attribute of the financial instruments.

9. The computer-implemented method of claim 8, further comprising the step of obtaining the predetermined attribute from an external input.

10. The computer-implemented method of claim 1, wherein said step of generating a compressed subportfolio comprises applying a plurality of compression methodologies.

5 11. A computer-implemented apparatus for compressing a portfolio of financial instruments, said apparatus comprising:

a processor;

an input device coupled to said processor;

a memory coupled to said processor;

10 a compression engine including instructions executable by said processor; and

an output device.

12. The computer-implemented apparatus of claim 11, wherein said compression engine comprises:

an instrument load module;

15 a sorting module;

a compression module; and

an aggregation module.

13. The computer-implemented apparatus of claim 12, wherein said compression module comprises a plurality of sub-modules respectively corresponding to a plurality of compression methodologies.

20 14. The computer-implemented apparatus of claim 11, wherein said compression engine comprises:

an instrument load module;

a sorting module coupled to said instrument load module;

25 a cashflow generation module coupled to said sorting module;

a first aggregation module coupled to said cashflow generation module;

a compression module coupled to said sorting module and said cashflow generation module; and

30 a second aggregation module coupled to said sorting module and said compression module.

15. The computer-implemented apparatus of claim 11, wherein said input device comprises a user interface.

16. The computer-implemented apparatus of claim 11, wherein said input device comprises a real-time data feed.

17. A storage medium containing a set of instructions for compressing a portfolio of financial instruments, said set of instructions including instructions for:

identifying financial instruments to be compressed;

generating a compressed subportfolio corresponding to the identified financial

5 instruments; and

combining the compressed subportfolio and any non-compressed financial instruments into a compressed portfolio.

18. The storage medium of claim 17, wherein said set of instructions further comprises instructions for:

10 sorting the identified financial instruments into fixed cashflow financial instruments and non-fixed cashflow financial instruments;

generating one or more aggregated cashflow instruments representing the fixed cashflow financial instruments;

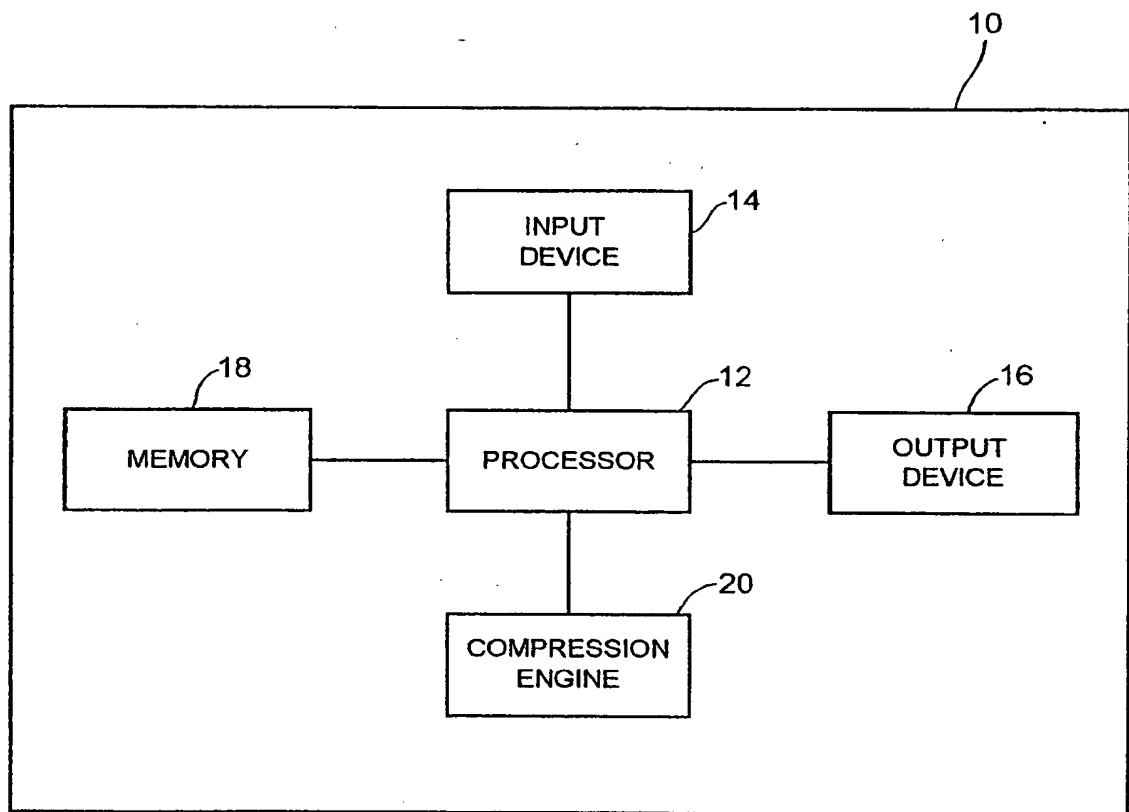
15 generating a first compressed subportfolio corresponding to the one or more aggregated cashflow instruments; and

generating a second compressed subportfolio corresponding to the non-fixed cashflow financial instruments.

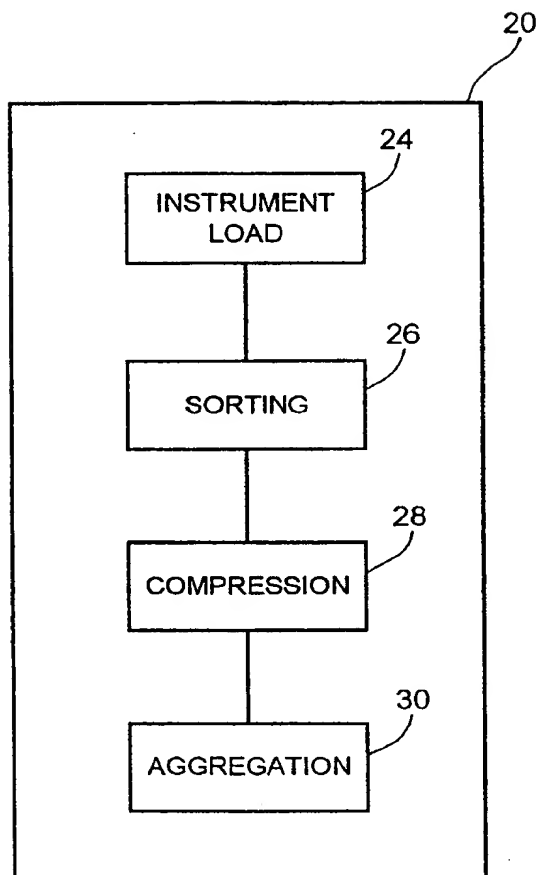
19. The storage medium of claim 17, wherein said storage medium comprises a magnetic storage device.

20 20. The storage medium of claim 17, wherein said storage medium comprises a computer memory.

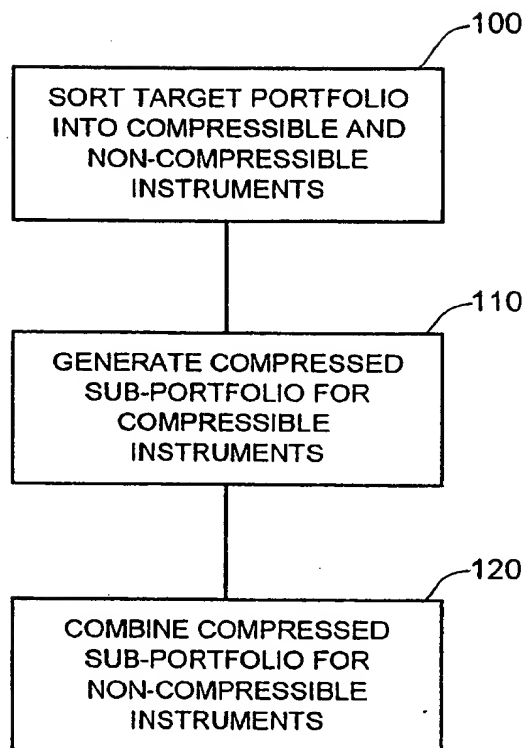
1/7

FIG. 1

2/7

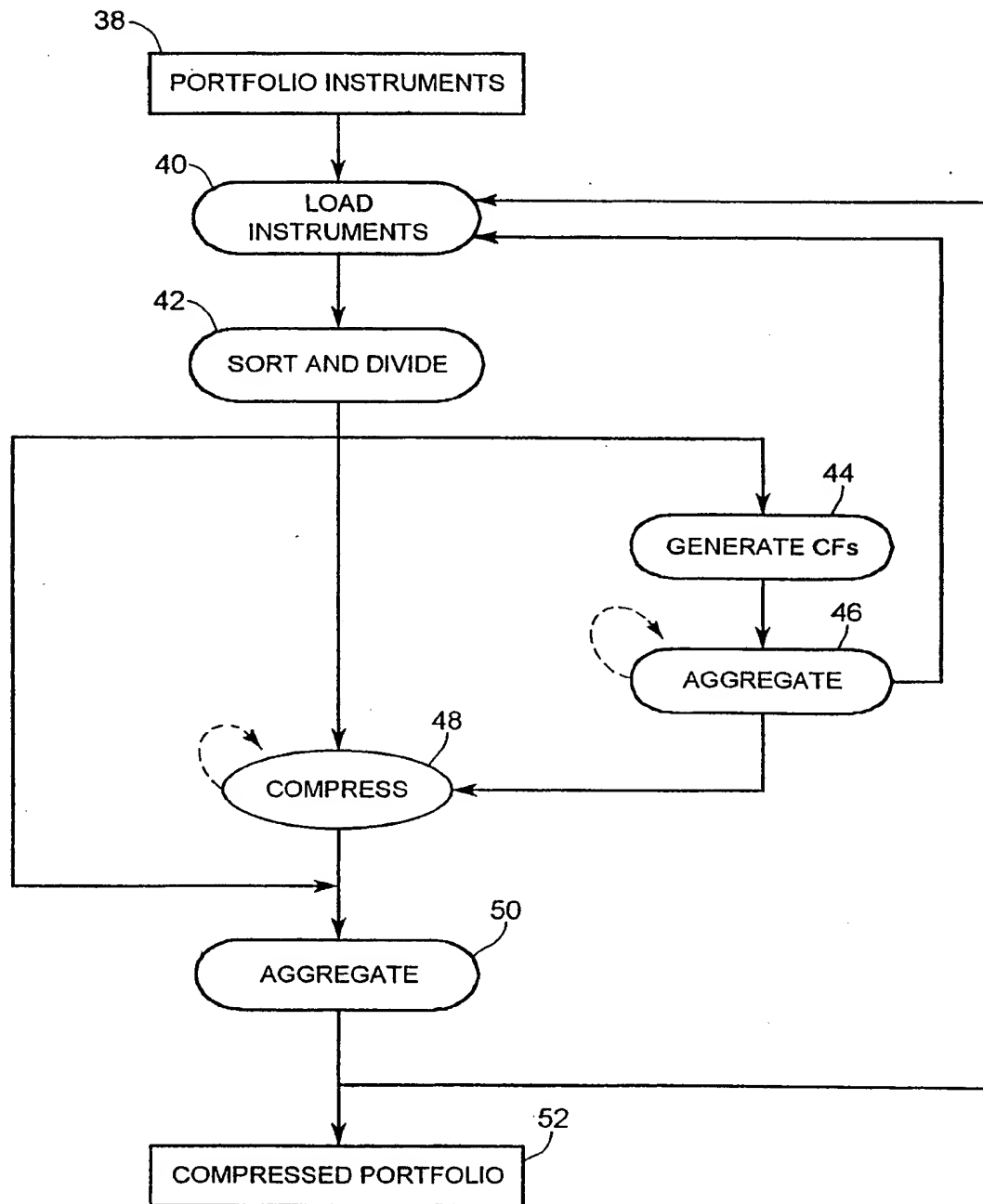
FIG. 2

3/7

FIG. 3



4/7

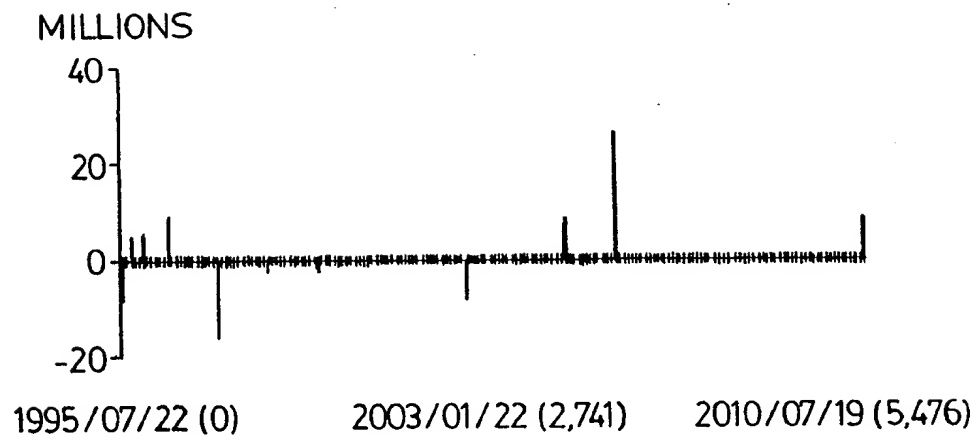
FIG. 4

5/7

NOTATION		END OF PERIOD		
TODAY		REPL.	TARGET	
REPLICATING PORTFOLIO	$(q_1)_a$	$(d_{11})_a$	$(T_1)_a$	SCENARIO 1
	$(q_2)_a$	$(d_{12})_a$		
	$(q_3)_a$	$(d_{13})_a$		
TARGET		$(d_{21})_a$	$(T_2)_a$	SCENARIO 2
		$(d_{22})_a$		
		$(d_{23})_a$		
	$(c)_a$	$(d_{31})_a$	$(T_2)_a$	SCENARIO 3
		$(d_{32})_a$		
		$(d_{33})_a$		

FIG. 5

6/7

FIG. 6

7/7

FIG. 7

# INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International Application No

PCT/CA 98/00519

## A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER

IPC 6 G06F17/60

According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC

## B. FIELDS SEARCHED

Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols)

IPC 6 G06F

Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched

Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practical, search terms used)

## C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category *	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
X	EP 0 686 926 A (DEMBO RON S) 13 December 1995 cited in the application see column 5, line 58 - column 6, line 21 see column 8, line 36 - line 57 see figure 1 ---	1-20
A	KOFLOWITZ L: "Hedging tools provide portfolio security blanket" WALL STREET COMPUTER REVIEW, USA, vol. 6, no. 6, March 1989, pages 42-43, 45 - 46, 48, 50, 80 - 81, XP002078322 ISSN 0738-4343 see page 43, column 1, line 1 - line 14 see page 45, column 3, line 13 - line 28 --- -/-	1-20



Further documents are listed in the continuation of box C.



Patent family members are listed in annex.

### \* Special categories of cited documents :

"A" document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance

"E" earlier document but published on or after the international filing date

"L" document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)

"O" document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means

"P" document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed

"T" later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention

"X" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone

"Y" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art.

"&" document member of the same patent family

Date of the actual completion of the international search

22 September 1998

Date of mailing of the international search report

07/10/1998

Name and mailing address of the ISA

European Patent Office, P.B. 5818 Patentlaan 2  
NL - 2280 HV Rijswijk  
Tel. (+31-70) 340-2040, Tx. 31 651 epo nl,  
Fax: (+31-70) 340-3016

Authorized officer

Pedersen, N

# INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International Application No

PCT/CA 98/00519

## C.(Continuation) DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category *	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	<p>WO 92 15064 A (PRUDENTIAL INSURANCE COMPANY O) 3 September 1992  see page 1, line 1 - line 7  see page 21, line 20 - page 22, line 16  see page 25, line 7 - line 22  see figure 1</p> <p style="text-align: center;">---</p>	1-20
A	<p>AZHAR S ET AL: "Data compression techniques for stock market prediction" PROCEEDINGS OF IEEE DATA COMPRESSION CONFERENCE (DCC'94), SNOWBIRD, UT, USA, 29 - 31 March 1994, pages 72-82, XP002078323  ISBN 0-8186-5637-9, 1994, Los Alamitos, CA, USA, IEEE Comput. Soc. Press, USA  see page 72, line 1 - line 21</p> <p style="text-align: center;">---</p>	1-20
A	<p>EP 0 573 991 A (CANTOR FITZGERALD) 15 December 1993  see page 3, line 1 - line 5  see page 3, line 33 - line 44  see figure VI</p> <p style="text-align: center;">-----</p>	1-20

# INTERNATIONAL SEARCH REPORT

Information on patent family members

International Application No

PCT/CA 98/00519

Patent document cited in search report		Publication date	Patent family member(s)		Publication date
EP 0686926	A	13-12-1995	US	5799287 A	25-08-1998
WO 9215064	A	03-09-1992	AU	1584192 A	15-09-1992
EP 0573991	A	15-12-1993	JP	6052174 A	25-02-1994
			US	5774880 A	30-06-1998

## COMPUTER-IMPLEMENTED METHOD AND APPARATUS FOR PORTFOLIO COMPRESSION

Patent number: JP2002500789T

Publication date: 2002-01-08

Inventor:

Applicant:

Classification:

- international: **G06Q40/00; G06Q40/00**; (IPC1-7): G06F17/60

- european: G06Q40/00A

Application number: JP19990500039T 19980529

Priority number(s): WO1998CA00519 19980529; US19970050927P 19970529

Also published as:

W O9854666 (A1)  
E P0985188 (A1)  
E P0985188 (A0)  
CA 2290368 (A1)  
E P0985188 (B1)

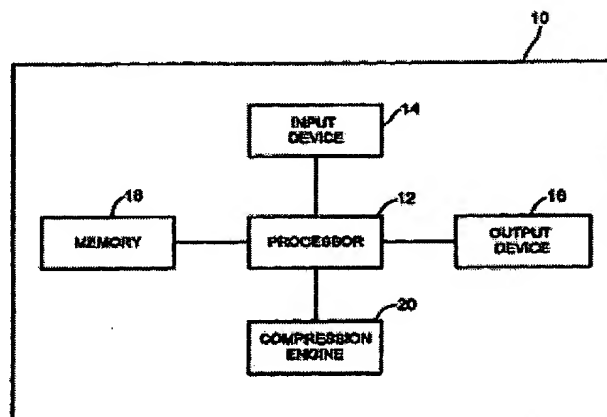
more >>

Report a data error here

Abstract not available for JP2002500789T

Abstract of correspondent: **WO9854666**

A computer-implemented method for compressing a portfolio of financial instruments is described. Financial instruments to be compressed are identified, and a compressed subportfolio corresponding to the identified financial instruments is generated. The compressed subportfolio and any non-compressed financial instruments are then combined into a compressed portfolio.



Data supplied from the esp@cenet database - Worldwide



Equivalent to Ref. 2

(19) 日本国特許庁 (J P)

(12) 公表特許公報 (A)

(11) 特許出願公表番号  
特表2002-500789  
(P2002-500789A)

(43) 公表日 平成14年1月8日 (2002.1.8)

(51) Int.Cl. <sup>7</sup>	識別記号	F I	テーマコード (参考)
G 0 6 F 17/60	2 0 4	G 0 6 F 17/60	2 0 4

審査請求 未請求 予備審査請求 有 (全 58 頁)

(21) 出願番号 特願平11-500039  
(86) (22) 出願日 平成10年5月29日 (1998.5.29)  
(85) 翻訳文提出日 平成11年11月29日 (1999.11.29)  
(86) 国際出願番号 PCT/CA 98/00519  
(87) 国際公開番号 WO 98/54666 Reference 2  
(87) 国際公開日 平成10年12月3日 (1998.12.3)  
(31) 優先権主張番号 60/050,927  
(32) 優先日 平成9年5月29日 (1997.5.29)  
(33) 優先権主張国 米国 (US)

(71) 出願人 アルゴリズムクス インターナショナル  
コーポレーション  
バルパドス ブリッジタウン ハイ スト  
リート チャンスリー ハウス (番地な  
し)  
(72) 発明者 デンボ、ロン、エス。  
カナダ国 エム6ジー 2ケー9 オンタ  
リオ州 トロント マーカム ストリート  
398  
(74) 代理人 弁理士 中島 淳 (外2名)

最終頁に続く

(54) 【発明の名称】 ポートフォリオ圧縮のためのコンピュータに実装された方法および装置

(57) 【要約】

金融商品のポートフォリオを圧縮するためにコンピュータに実現される方法を説明する。圧縮する金融商品を識別し、識別した金融商品に対応する圧縮ポートフォリオを生成する。次に、圧縮したサブポートフォリオと任意の圧縮していない金融商品を、圧縮ポートフォリオに結合する。

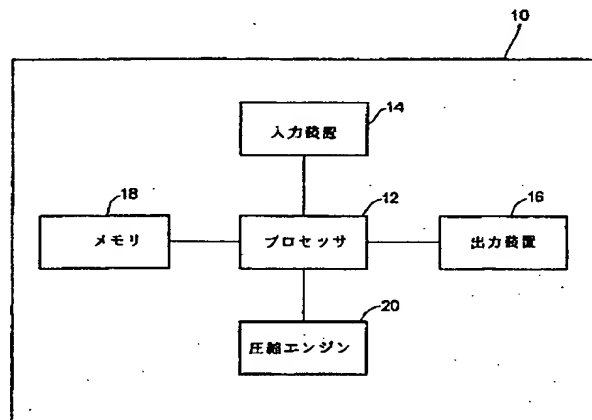


FIG. 1

**【特許請求の範囲】**

1. 金融商品のポートフォリオを圧縮するコンピュータに実装された方法であつて、

圧縮する金融商品を識別するステップと、

識別された金融商品に対応する圧縮されたサブポートフォリオを生成するステップと、

圧縮されたサブポートフォリオと任意の圧縮されていない金融商品とを、圧縮されたポートフォリオに結合するステップと、

を含む方法。

2. 識別された金融商品が、金融商品のすべてのポートフォリオを含む請求項1に記載のコンピュータに実装された方法。

3. 圧縮されたサブポートフォリオを生成する前記ステップが、分析的圧縮を実行する段階を含む請求項1に記載のコンピュータに実装された方法。

4. 圧縮されたサブポートフォリオを生成する前記ステップが、シナリオ・ベース圧縮を実行する段階を含む請求項1に記載のコンピュータに実装された方法。

5. 識別された金融商品を、固定されたキャッシュフロー金融商品と固定されていないキャッシュフロー金融商品に分類するステップと、

固定されたキャッシュフロー金融商品を表す1つまたは複数の集約されたキャッシュフロー商品を生成するステップと、

1つまたは複数の集約されたキャッシュフロー商品に対応する第1の圧縮されたポートフォリオを生成するステップと、

固定されていないキャッシュフロー金融商品に対応する第2の圧縮されたサブポートフォリオを生成するステップと、

を含む請求項1に記載のコンピュータに実装された方法。

6. 識別された金融商品を、圧縮する複数のサブポートフォリオに分類するステップをさらに含み、圧縮されたサブポートフォリオを生成する前記ステップが、圧縮する複数の各サブポートフォリオを別々に圧縮するステップをさらに含む請求項1に記載のコンピュータに実装された方法。

7. 前記圧縮ステップが、さらに、第1の圧縮方法を使用して、圧縮する複数

のサブポートフォリオのうちの1つを圧縮し、異なる圧縮方法を使用して、圧縮する複数のサブポートフォリオのうちの別のものを圧縮するステップを含む請求項6に記載のコンピュータに実装された方法。

8. 金融商品を、圧縮する複数のサブポートフォリオに分類する前記ステップが、金融商品の所定の属性に従って金融商品を分離するステップを含む請求項6に記載のコンピュータに実装された方法。

9. 外部入力から所定の属性を獲得するステップをさらに含む請求項8に記載のコンピュータに実装された方法。

10. 圧縮したサブポートフォリオを生成する前記ステップが、複数の圧縮方法を利用するステップを含む請求項1に記載のコンピュータに実装された方法。

11. 金融商品のポートフォリオを圧縮するためのコンピュータに実装された装置であって、

プロセッサと、

前記プロセッサに接続された入力装置と、

前記プロセッサに接続されたメモリと、

前記プロセッサによって実行可能な命令を含む圧縮エンジンと、

出力装置と、

を含む装置。

12. 前記圧縮エンジンが、

商品ロード・モジュールと、

分類モジュールと、

圧縮モジュールと、

集約モジュールと、

を含む請求項11に記載のコンピュータに実装された装置。

13. 前記圧縮モジュールが、複数の圧縮方法にそれぞれ対応する複数のサブモジュールを含む請求項12に記載のコンピュータに実装された装置。

14. 前記圧縮エンジンが、

商品ロード・モジュールと、

前記商品ロード・モジュールに接続された分類モジュールと、

前記分類モジュールに接続されたキャッシュフロー生成モジュールと、

前記キャッシュフロー生成モジュールに接続された第1の集約モジュールと、

前記分類モジュールと前記キャッシュフロー生成モジュールに接続された圧縮モジュールと、

前記分類モジュールと前記圧縮モジュールに接続された第2の集約モジュールと、

を含む請求項11に記載のコンピュータに実装された装置。

15. 前記入力装置が、ユーザ・インターフェースを含む請求項11に記載のコンピュータに実装された装置。

16. 前記入力装置が、実時間データ供給装置を含む請求項11に記載のコンピュータに実装された装置。

17. 金融商品のポートフォリオを圧縮するための1組の命令を含む記憶媒体であって、前記一組の命令が、

圧縮する金融商品を識別するための命令と、

識別された金融商品に対応する圧縮されたサブポートフォリオを生成するための命令と、

圧縮されたサブポートフォリオと任意の圧縮されていない金融商品とを、圧縮されたポートフォリオに結合するための命令と、

を含む記憶媒体。

18. 前記1組の命令が、さらに、

識別された金融商品を、固定されたキャッシュフロー金融商品と固定されていないキャッシュフロー金融商品に分類するための命令と、

固定されたキャッシュフロー金融商品を表す1つまたは複数の集約されたキャッシュフロー商品を生成するための命令と、

1つまたは複数のキャッシュフロー商品に対応する第1の圧縮サブポートフォリオを生成するための命令と、

固定されていないキャッシュフロー金融商品に対応する第2の圧縮サブポートフォリオを生成する段階と、  
を含む請求項17に記載の記憶媒体。

19. 前記記憶媒体が、磁気記憶装置を含む請求項17に記載の記憶媒体。

20. 前記記憶媒体が、内部記憶装置を含む請求項17に記載の記憶媒体。

**【発明の詳細な説明】**

ポートフォリオ圧縮のためのコンピュータに実装された方法および装置

**発明の背景**

本発明は、一般に、データ処理の分野に関し、より詳細には、金融商品(financial instrument)のポートフォリオを圧縮して、たとえば普通の圧縮されていないポートフォリオによって達成可能なものよりも効率的なリスク管理処理を可能にするためのコンピュータに実装された方法および装置に関する。

リスク管理は市場商品のポートフォリオの管理者にとってきわめて重要な仕事であり、正確でかつ効率的なリスク測定は企業全体の健全なリスク管理戦略の中核にある。リスクを正確に測定するためには比較的複雑な数学的計算が必要であるため、金融機関は、一般に、コンピュータに実装されるなんらかの形態の「リスク管理エンジン」を使用する。しかしながら、後で説明するように、既存のリスク管理エンジンは、多数の金融機関が維持する大きくかつ複雑なポートフォリオを適切に扱うには不十分なことがある。

銀行や保険会社などの大手および中堅の金融機関が、スワップ、キャップ、フロア、スワップション、モーゲージ・バックト・セキュリティなどの多量のデリバティブ商品を含む数10万のポジションを含む可能性のあるポートフォリオ全体の毎日のバリュー・アット・リスク(VaR)評価の計算を可能にするリスク管理エンジンを必要とするのは特別なことではない。さらに、そのような数10万のポジションを、数百または数千をも超える異なるシナリオで評価しなければならない場合もある。さらに作業を複雑にすることに、そのような金融機関は、日間計算(inter-day calculation)をほぼ実時間で実行することができる管理者やトレーダ用の意志決定支援ツールを必要とすることがある。

一般に、金融機関は、規制上の目的また基準として全体のリスクを測定し、資本をより効率的に管理することが必要とされる。前者は、この数年間世界中の金融機関でリスク監督プログラムの展開をしてきたが、後者は、投資を行おうとする人々に高い付加価値を提供する。ポートフォリオ管理者は、伝統的に、ポートフォリオ・リスクを測定するために標準偏差と分散を使用してきた。この実践は、

たとえば、Harry Markowitzによる「Portfolio Selection」、The Journal of Finance、vol. 7、no. 1(1952)と、W.F. Sharpeによる「Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk」、The Journal of Finance、vol. 19、no. 3(1964)に説明されているような最新のポートフォリオ理論に基づく。しかしながら、この十年間に、規制側(regulator)と事業側(business)の両方が、バリュー・アット・リスク(VaR)などのより一般的(かつ、おそらくより精巧な)手段を採用した。VaRは、ポートフォリオが、ある所定の期間に、高い信頼度を受ける最大レベルの損失を示す。規制側の目的の場合、たとえば、期間が10日に設定され、片側信頼区間が99%に設定される。たとえば、「Planned Supplement to the Capital Accord to Incorporate Market Risks」、Basle Committee on Banking Supervision、Bank of International Settlements、Basle、No. 16(April 1995)を参照されたい。VaRは、ポートフォリオが通常通りに分散されるときなどのいくつかの単純なケースでは、ポートフォリオ標準偏差の倍数として表わすことができるが、一般にそうではない。

起こり得る将来の市場動向とポートフォリオの複雑さに関して作成しようとする仮定に従ってVaRを評価することができる様々な方法がある。そのような方法は、「RiskMetrics™ Technical Document」、Morgan Guarantee Trust Company Global Research(4th ed. 1996)と、Phillipe Jorionによる「Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Derivatives Risk」(Irwin Professional Publishing 1997)に概略的に示されている。最も一般的に利用可能な方法は、ヒストリカル・シミュレーションまたはいわゆる「モンテカルロ」シミュレーションに基づく。特に、ポートフォリオが、オプション、転換社債、モーゲージ、エンベデッド・オプション付きローン(loans with embedded options)など、オプションナリティを有する商品に多数のポジションを含むときに、リスクの正確なイメージをつかむためには、何らかのシミュレーションが避けられない場合がある。しかしながら、既知のシミュレーション方法の複雑さと計算要件のために、ユーザは、精度を、価格、時間および実現の容易さと引き換えにしなければならない。さらに、今日多くの金融機関に現れるようなきわめて大きくかつ複雑なポートフォリオの十分なシミュレーションは、最高級のコンピュータでさえ妥

当な

期間に達成できないことがある。たとえば、数千のモンテカルロ・シナリオ上での大きくかつ複雑なポートフォリオのVaR評価には、最高級のワークステーションで、何日でないにしても簡単に数時間かかる。実際に、大きなポートフォリオをロードし記憶する簡単なタスクさえ、負担になり時間がかかることがある。

大きくかつ／または複雑なポートフォリオのリスク測定と関連した実際の問題に取り組む目的で、最初に、対象ポートフォリオ(subject portfolio)（「ターゲット」ポートフォリオとも呼ばれる）を「線形」サブポートフォリオと「非線形」サブポートフォリオに分割する手法を利用することが知られている。前者は、オプションナリティをほとんどまたは全く持たない商品を含み、後者は、すべてのオプションを含むことになる。典型的な機関において、線形ポートフォリオは、全ポートフォリオ・ポジションの70～95%を構成することがある。しかしながら、その特質のために、オプション・ポジションに埋め込まれているリスクが重要な場合がある。この手法における次のステップは、そのようなサブポートフォリオのリスクを別々に測定することである。線形サブポートフォリオの場合ば、たとえば、前に引用した「Risk Metrics™ Technical Document」に説明されているような「デルタ・ノーマル法」を適用することができる。この分析的手法は、サブポートフォリオの線形性と正規分布を仮定することによって、適度な計算要件を有する。オプションには、ある程度基本的でおそらく制限されたシミュレーションを適用することができる。最終的に、ターゲット・ポートフォリオのリスクの評価は、個々のサブポートフォリオ・リスクの合計として得られる。

しかしながら、この手法の大きな問題点は、最後のステップによって表される。説明のために、トレーダが、所与の債券のコール・オプションを売り、すぐに原資本債券(underlying bond)のヘッジを買う場合の簡単な例を検討する。債券は、明らかにポートフォリオのリスクを小さくするが、前述の方法は、ポートフォリオのVaRが増大した（実際にほぼ2倍になった）ことを示す。一般的に、混合した方法は、つなぎ売りや分散などのリスク管理の主要な原則を考慮することができないため、VaRを過大評価しすぎる場合がある。これは、適切なり



スク管理戦略に望ましくない不利益をもたらすことがある。

以上考察したような欠点を含むがそれらの限定されない大きくかつ／または複雑なポートフォリオのリスク管理の既知の手法による欠点を考慮して、そのようなポートフォリオを簡潔に表すことができ、そのような圧縮(compression) (たとえば、商品をロードし、キャッシュフローを生成し、圧縮する) を迅速かつ効率的に達成するコンピュータに実装される方法が必要である。同様に、以上考察した分割手法と対照的に、ポートフォリオ全体にわたるリスクの測定を可能にする単一の方法が必要とされる。そのような単一の方法は、ターゲット・ポートフォリオのサイズおよび／または複雑さに関係なく正確なリスク測定を妥当な期間に完了することができる計算効率を提供しなければならない。本発明の実施形態は、以上その他の必要性を満たす。

#### 発明の要約

本発明は、一般に、金融商品の大きくかつ／または複雑なポートフォリオのリスク管理のための改良されたツールを提供することを対象とする。本発明の特定の実施形態によれば、本明細書に示したように、金融商品の所与のターゲット・ポートフォリオのために「圧縮ポートフォリオ」が生成される。一般に、圧縮ポートフォリオは、ターゲット・ポートフォリオの挙動を厳密に模倣しているが、記憶するためにコンピュータ・メモリをあまり必要とせず、評価するのにあまり時間がかからない比較的小さくかつ／または簡単なポートフォリオである。したがって、圧縮ポートフォリオは、たとえば、ターゲット・ポートフォリオの代わりにリスク測定分析に使用することができ、それにより、精度の低下がほとんどまたは全くなしにコンピュータ資源の使用量が大幅に改善される。

1つの特定の実施形態により、金融商品のポートフォリオを圧縮するためのコンピュータに実装された方法を提供する。圧縮する金融商品を識別し、圧縮する1組の金融商品に対応する圧縮サブポートフォリオを生成する。次に、圧縮サブポートフォリオと任意の圧縮していない金融商品を、圧縮ポートフォリオに結合する。

#### 図面の簡単な説明

図1は、本発明の実施形態によるポートフォリオ圧縮のためにコンピュータに実装された装置を示すブロック図である。

図2は、図1に示した実施形態による圧縮エンジン5の特定の実施形態を示すブロック図である。

図3は、本発明の実施形態によるポートフォリオ圧縮の一般的な方法を示す流れ図である。

図4は、本発明のもう1つの実施形態によるポートフォリオ圧縮の方法を示す流れ図である。

図5は、図1～図4に示した実施形態により構成された装置に適用することができるシナリオ・ベース圧縮技法に利用できる表記規則を示す。

図6は、本発明の実施形態によるデルタ・バケッティング圧縮(delta bucketing compression)の適用により作成された1組のキャッシュフローの例を示す。

図7は、本発明の実施形態による分析的圧縮の適用より作成された1組のキャッシュフローの例を示す。

#### 詳細な説明

本発明の実施形態は、現代のポートフォリオ管理の多数の計算要件を減少させるための高性能なポートフォリオ・ツールの提供を対象とする。そのような実施形態により、ターゲット・ポートフォリオの「圧縮ポートフォリオ」が生成され、次に圧縮ポートフォリオのリスク測定計算が実行される。本明細書で使用されるとき、「圧縮ポートフォリオ」という用語は、大きくかつ／または複雑なポートフォリオとほとんど同一に挙動するが、記憶するのにはるかに小さいコンピュータ・メモリしか必要とせず、評価するのにはるかに少ない計算時間しか必要としない比較的小さくかつ／または単純なポートフォリオを意図する。ほとんどの目的では、圧縮ポートフォリオは、オリジナル・ポートフォリオを常に世界の起こり得るすべての状態で模倣する必要はなく、関心のある特定の期間中と、その期間中にいくつかの特定の市場因子が作用する可能性がある範囲だけ模倣するだけでよい。また、圧縮ポートフォリオは、計算の容易さの他に、リスク管理者が、ポートフォリオをより良く理解し積極的に管理できるようにする強力なツール

で

ある。ポートフォリオの挙動をより簡単な項目で表すことによって、大きなポートフォリオのエクスポージャを見抜き、可能な是正措置を識別することができる。

本発明の実施形態は、たとえば、いわゆる「圧縮エンジン」を使用して実現することができる。金融商品のターゲット・ポートフォリオの場合、圧縮エンジンは、将来における予め定義された期間の一連の起こり得る市場結果に関してターゲット・ポートフォリオの挙動を複製するより簡単でかつ／またはより少数の商品からなる圧縮ポートフォリオを生成する手段を提供する。圧縮ポートフォリオのリスク分析を実行するための計算労力は、ターゲット・ポートフォリオのものよりも実質上小さい。さらに、圧縮ポートフォリオは、その単純さのため、保有者が直面する市場リスクのより良い理解を提供する。

そのような圧縮エンジンの一般的な目的は、起こり得る一連の市場シナリオについてポートフォリオのパフォーマンスをシミュレートする前に、ポートフォリオを予備処理することである。この予備処理段階の成果は、一般に、シミュレートがかなり高速でありオリジナル・ポートフォリオとほとんど同一に挙動し同じリスクを含むより小さくかつより単純なポートフォリオである。

実際には、ポートフォリオ圧縮の効率的なプロセスの実現は、簡単なタスクではない。特定のポートフォリオの性質と特定の分析の目的により、商品によって異なる圧縮方法が適していることがある。たとえば、様々な分析技法を使用して様々なオプションを最適に圧縮することができ、一方様々な分析技法を使用してオプションナリティのない商品をより適切に圧縮することができる。したがって、本発明の実施形態は、頑強で拡張可能な圧縮エンジンを提供する。

限定された範囲において、本発明の実施形態による圧縮エンジンを、前述の技法と類似の形で使用することができ、それにより、ターゲット・ポートフォリオを分割し、各サブポートフォリオに異なる技術を適用することによって、ポートフォリオのリスクの評価を決定する。しかしながら、主な違いは、本明細書において説明するポートフォリオ圧縮技法が、各サブポートフォリオのリスクを単に

合計することによって全体のリスクを導出するような問題のある最後の段階を回避できることである。この場合、ターゲット・ポートフォリオのVaRは、「全圧縮ポートフォリオ」の単一のシミュレーションを行うことによって得ることができ

き、個々の圧縮ポートフォリオの合計によって与えられる。したがって、本明細書に記載したようなポートフォリオ圧縮技法は、ポートフォリオ分散化、つなぎ売り、および個々のポジション間の相関関係を十分に捕捉する。

本発明の実施形態による圧縮エンジンの頑強性を示すために、ポートフォリオを圧縮するための異なる2つの方法、すなわち分析的圧縮とシナリオ・ベース圧縮を実現する圧縮エンジンによって、実施形態（さらに後で説明する）を実現することができる。分析的圧縮は、キャッシュフロー・ポートフォリオの分析的特性を利用する。この技法は、おそらくオプションナリティのない固定収入ポートフォリオに最も適しているが、オプションを有するポートフォリオにも一般化することができる。一方、シナリオ・ベース圧縮は、確率論的な最適化技法に基づき、オプションを有するポートフォリオに最も適する。したがって、圧縮エンジンは、多くのタイプのポートフォリオを処理することができる頑強な実施形態を提供する。さらに、そのような圧縮エンジンの拡張性により、他の圧縮方法を容易に実現することができる。

分析的圧縮は、数学的特性を利用する大きなキャッシュフロー・ポートフォリオの近似表現のための実際的でかつ強力な方法である。分析的圧縮の背後の基本原理は、比較的簡単である。標準的なシミュレーションを使用して将来におけるポートフォリオ価値の分散を計算する目的で、通常、対象ポートフォリオに関するさらに詳しい情報なしに「リスク因子空間(risk factor space)」(すなわち、インプット)内にシナリオが生成される。リスク因子空間は、たとえば利率、外国為替相場、ボラティリティ、インデックス・レベルなどを含むすべてのリスク因子の空間を指す。その後、ポートフォリオは、そのようなすべてのシナリオの下で十分に評価される。しかしながら、アナリストが関心があるのは、ポートフォリオの分散(すなわち、アウトプット)であることは明らかである。したがっ

て、サンプリングする前（すなわち、モンテカルロ生成の前）にポートフォリオの特性を利用することによって、計算が効率的になる。これは、ポートフォリオの特性を捕捉する変数変換を適用することと類似の効果を有する。リスク因子空間の圧縮の他に、そのような基礎特性を利用することにより、ポートフォリオの表現が簡潔になる。したがって、追加の分析的作業が、計算性能を大幅に向上さ

せ、データ記憶要件を実質的に大きく節約する。要するに、分析的圧縮の結果は

、  
（１）新しくかつより小さい組のリスク因子に依存する少数の単純な商品（たとえば、債券）によるターゲット・ポートフォリオの新しくかつ圧縮された表現と

、  
（２）新しい基礎リスク因子の挙動を元のものの関数として表す正確なプロセスである。分析的圧縮の数学的基盤については、本発明の特定の実施形態に関連して後で説明する。さらなる詳細は、参照により本明細書に組み込まれたRon Dembo他による「Analytical Compression of Portfolios and VaR」、Algorithmics Technical Paper No. 96-01(1997)に見ることができる。

分析的圧縮と対照的に、シナリオ・ベース圧縮は、オプションを含むポートフォリオを圧縮するのに特に有効な技法である。この技法は、Ron Demboによる「Optimal Portfolio Replication」、Algorithmics Technical Paper No. 95-01(1997)に記載されたいわゆる「シナリオ最適化」と、Ron DemboとDan Rosenによる「The Practice of Portfolio Replication」、Algorithmics Technical Paper No. 98-01(1997)に記載された「最適ポートフォリオ複製」の確率論的な最適化方法を利用する。分析的圧縮は、たとえば1992年9月15日に発行され「Scenario Optimization」と題する米国特許第5,148,365号と、「Method and Apparatus for Optimal Portfolio Replication」と題する最近許可された米国特許出願第08/866,303号に記載された発明の実施形態を使用して実現することができる。これらの4つの参照の開示は、参照により本明細書に組み込まれる。

一般に、所与の組の市場取引される商品からなるターゲット・ポートフォリオ

の場合、シナリオ最適化の目的は、一連の個別の市場成果またはシナリオについてターゲット・ポートフォリオの挙動を複製する最も可能な「複製ポートフォリオ」を見つけることである。ポートフォリオ圧縮のために、複製ポートフォリオは、複製商品の「適正市場価格」を生成する適切なモデルを有する限り、必ずしも市場取引される商品からなる必要がない。実際に、さらに詳しく後で考察するように、簡単なルールベース・システムを使用することによって、所与のポートフォリオの有効な複製となる適切なシナリオと複製商品を生成することができる。シナリオ・ベース圧縮の数学的基盤については、本発明の特定の実施形態に関連

して後で説明する。

次に図1を参照すると、本発明の第1の実施形態により、ポートフォリオ圧縮を実行するためにコンピュータに実装された装置10が提供される。コンピュータに実装された装置10は、十分な計算能力と記憶容量を提供する任意の適切なアーキテクチャの下で作動することができる。この装置は、独立型システムでもよく、あるいは、たとえば金融分析ツールのより大きなシステムの一部として一体化されてもよい。

図1に示した実施形態において、コンピュータに実装された装置10は、論理計算と分析計算を実行するプロセッサ12を含む。プロセッサ12は、たとえば、パーソナル・コンピュータの中央処理装置(CPU)を含むこともできるが、あるいは、そのような機能を実行することができる他のタイプのコンピュータ・ベースのプロセッサを含むこともできる。1つの特定の実施形態において、たとえば、プロセッサ12は、商標「UNIX」あるいは「MOTIF/X WINDOWS」または「WINDOWS NT」のもとで、互換プラットフォームである「POSIX」上で作動することができる。プロセッサ12には、たとえば高速ディスク・ドライブを含むメモリ装置18が接続される。また、入力装置14が、プロセッサ12に接続され、ユーザが、命令やその他のデータを入力することができる。入力装置14は、たとえば、キーボード、マウス、および／または接触感知式表示画面を含む。代替または追加として、入力装置14は、金融商品

の電子表現を受け取るための実時間データ供給装置を含むことがある。たとえば、入力装置14は、モデム（図示せず）やその他の適切な通信接続を介して、電子データ・ネットワーク（たとえば、インターネット）への接続を提供することができる。コンピュータに実装された装置10は、また、ユーザに文字または図形の情報を提示するための、ビデオ表示モニタやレーザ・プリンタなどの出力装置16を含む。1つの特定の実施形態において、プロセッサ12は、オブジェクト指向プログラミング技法を使用して「C++」プログラム言語で記述されたアプリケーションを実行することができるが、本発明は、この点に関して限定されない。

この実施形態において、プロセッサ12は、ポートフォリオ圧縮を実行するように構成された圧縮エンジン20を実行することができる。この特定の実施形態

において、圧縮エンジン20は、ポートフォリオ圧縮に関連した様々なタスクおよび計算を実行するための実行可能命令を含むソフトウェア・モジュールを含むが、当業者は、ファームウェアおよび／またはハードウェア・ベースの実施態様も可能であることを理解されよう。圧縮エンジン20は、たとえば、大きくかつ複雑なポートフォリオのリスクを分析したり、所与のポートフォリオの潜在的損失に対するいくつかの防止措置のパフォーマンスを分析したりするために使用することができる。本明細書に教示されたポートフォリオ圧縮技法は、提供する処理速度と効率が改善されているため、そのような用途に適切である。

この実施形態によれば、ユーザは、入力装置14を使用して、たとえばターゲット・ポートフォリオにおける金融商品の数とタイプを含むターゲット・ポートフォリオ（すなわち、圧縮すべきポートフォリオ）の構成を示す情報を入力することができる。代替または追加として、ターゲット・ポートフォリオに関する情報を、実時間データ供給装置から提供することもできる。いずれの場合も、情報は、圧縮エンジン20に入力され、メモリ装置18に記憶することもできる。圧縮エンジン20がその処理を完了した後、圧縮ポートフォリオが、たとえばグラフ、文字表示、印刷されたレポートの形で出力装置16上に表される。さらに、圧縮ポートフォリオの電子表現は、後で他のタスクに出力するためにコンピュー

タに実装された装置10内のメモリ装置18に記憶されてもよく、CD-ROMや1つまたは複数のディスクのような携帯用記憶装置（図示せず）に書き込まれてもよい。

図1に示した実施形態の特定の実施態様により、圧縮エンジン20は、図2に示したように、ポートフォリオ圧縮を達成するための様々なタスクに対応するいくつかのサブモジュールを含むように構成することができる。しかしながら、ソフトウェア設計の技術分野の熟練者は、一般に、特定のソフトウェア構成が、単に設計選択の問題であることを理解されよう。図示したように、この実施形態において、圧縮エンジン20は、商品ロード・モジュール24、分類モジュール26、圧縮モジュール28、および集約モジュール（30を含む。これらの様々なモジュールは、（たとえば、メモリ装置18内のロケーションのアドレスを含むパラメータを渡すことによって）ひとつのモジュールから別のモジュールに情報を

渡すように構成することもでき、あるいはモジュールに、メモリ装置18内の共通データ記憶域へのアクセスを提供することもできる。いずれの場合も、本発明は、どのような特定の実施形態にも制限されない。

図3は、たとえば図1に示した装置を使用して実現することができるポートフォリオ圧縮用方法の一般的な実施形態を示す流れ図を含む。この実施形態によれば、金融商品の集合を含むターゲット・ポートフォリオが、最初に、圧縮可能な商品と圧縮可能でない商品に分類される（ステップ100）。このステップは、たとえば、図2に示した実施形態の商品ロード・モジュール24と分類モジュール26によって達成することができる。次に、たとえば圧縮モジュール28を使用して、圧縮可能な商品の圧縮サブポートフォリオ（圧縮されたサブポートフォリオ）が生成される（ステップ110）。最後に、圧縮サブポートフォリオと圧縮可能でない商品とを、たとえば集約モジュール30を使用して、単一の圧縮ポートフォリオに結合される（ステップ120）。

当然ながら、ターゲット・ポートフォリオ内のすべての金融商品が圧縮可能とみなすように実施形態を実現することができ、その場合、図3の方法は、本質的



に、圧縮サブポートフォリオの生成だけを含む。したがって、本発明の文脈では、「圧縮可能な」という用語は、必ずしも金融商品の特定の特性を暗示しない。より正確に言うと、金融商品が圧縮可能かどうかの判断は、ユーザ主導でよい。たとえば、所与のポートフォリオ管理者は、圧縮ポートフォリオに関して別のポートフォリオ管理者よりも低い程度の信頼度を受け入れようとすることがあり、したがって、特定の金融商品を、後者のポートフォリオ管理者が圧縮可能と見なさない場合に圧縮可能であると見なすことがある。

さらに詳しく説明するために、図4は、本発明のもう1つの実施形態によるポートフォリオ圧縮方法を示す流れ図を含む。この方法は、たとえば、図1に示したような装置を使用して実現することができるが、他の任意の適切な計算装置を使用することもできる。図4を参照し、この実施形態によれば、商品38のターゲット・ポートフォリオが圧縮される。この目的のために、商品38は、まず、ロード商品ルーチン40に入力される。たとえば、商品38が、ターゲット・ポートフォリオの構成を定義するデータ・パケットの集合として受け入れられる。

ターゲット・ポートフォリオ内の金融商品の電子表現は、外部記憶媒体（たとえば、データ・ウェアハウス、データ・ベース、一組のコンマ区切りのデータ形式（.csv）ファイル）からロードすることができる。ターゲット・ポートフォリオのサイズのために、すべての金融商品に関する情報を一度にメモリにロードできず（その結果、ディスク・スワッピングによってパフォーマンスが大幅に低下する）場合など、場合によっては、データ・パケットを増分的に（たとえば、バッチで）ロードすることが望ましいことがある。そのような場合、図1の装置を参照すると、それぞれの増分的ロードのサイズは、たとえばGUI（グラフィカル・ユーザ・インタフェース）により圧縮エンジン20に渡されるパラメータまたは設定ファイルによって設定されることがあり、一般に、メモリ装置18の制限に基づく。

適切な編集ルーチン（図示せず）を使用して受け取ったデータ・パケットで運ばれた情報の妥当性を確認した後で、ターゲット・ポートフォリオ内の商品を示す情報が、分類分割ルーチン42に提供され、そこで、商品38が、最初に、事

前定義された1組のユーザ設定または「キー属性」によって、サブポートフォリオに分割される。キー属性は、たとえば、カウンター・パーティや割引曲線などの情報を含むことがある。ある特定の実施態様において、分類分割ルーチン42は、ポートフォリオ管理者が、たとえば全体的なリスク分析に使用したい所望レベルのポートフォリオ集合体を表す新しいポートフォリオ階層を実現する。次に、そのようなサブポートフォリオは、必要に応じて、さらに一組の圧縮技法が適用され、分類または細分化される。そのような後続の処理は、たとえば単一の圧縮技法がターゲット・ポートフォリオ内の様々なタイプの金融商品のすべてに理想的であるわけではない場合に望ましい。

分類分割ルーチン42により生成されたいくつかのサブポートフォリオは、圧縮が不適当かまたは不要な商品からなる場合があり、そのようなサブポートフォリオは、後で圧縮サブポートフォリオと集約するために一時的記憶場所（たとえば、現金勘定に対応するメモリ装置18内の場所）に即座に移動される。機関がある一定のサブポートフォリオを圧縮しないように選択する理由はいくつかある。たとえば、機関は、さらなる分析のためにいくつかの小さなサブポートフォリオ

を保持したい場合がある。同様に、機関は、ある一定のサブポートフォリオを圧縮しさらに所望の精度レベルを維持できない場合があり、あるいは利用可能な現在の圧縮技法が、特定のサブポートフォリオにおける商品のタイプに適切でない場合がある。残りのポートフォリオは、それぞれ別々に圧縮され、一定のキャッシュフローを有する商品を含む場合にはキャッシュフロー生成ルーチン44に渡され、それを含まない場合には圧縮ルーチン48に直接渡される。

キャッシュフロー生成ルーチン44は、そのような各商品の金融詳細に基づいて、入力サブポートフォリオに商品のキャッシュフローを生成する。たとえば、固定レート債券のキャッシュフローは、満期日、ノショナル(notinal)、またクーポン・レートから生成される。キャッシュフロー生成ルーチン44からの入力、は、入力商品に対応する将来の特定日の1組のキャッシュフローであり、その出力は、第1の集約ルーチン46に渡される。キャッシュフローによって既に表さ

れたそのような商品は、集約ルーチン46に直接渡される。集約ルーチン46において、共通の利率曲線で割引きされるキャッシュフローはすべて、指定された時間にすべての商品のネットされたキャッシュフローを支払う1つの統合債券に集約される(ネットされる)。この統合債券は、「集約キャッシュフロー商品(aggregated cashflow instrument)」すなわちACIと示される。

したがって、集約ルーチン46の出力は、1つまたは複数のACIを含むサブポートフォリオ、ならびに固定キャッシュフローによって表すことができない商品である。したがって、集約ルーチン46への入力、機関が取引する実際の金融商品だけを含んでいたが、出力は、統合的な取引されない商品を含む。しかしながら、すべての意図と目的のためには、入力サブポートフォリオと出力サブポートフォリオは、全く同じに振る舞う。固定収入ポートフォリオに、固定したキャッシュフローだけを生成する(あるいは、固定したキャッシュフローを生成するときに評価のために表すことができる)きわめて多数の商品があることはまったく一般的であるため、この処理によって得られる可能性のある節約は、きわめて大きい。この実施形態の特定の実施態様において、集約ルーチン46を繰り返し実行して、ターゲット・ポートフォリオを増分的にロードすることができる。

図4に示したように、圧縮ルーチン48は、集約ルーチン46および/または分類分割ルーチン42からサブポートフォリオを受け取る。圧縮ルーチン48において、サブポートフォリオは、一般に、より小さくて簡単な商品の組に圧縮される。再び図1の装置を参照すると、圧縮エンジン20が、分析的圧縮を実行するように構成されている場合、価値が単一の利率曲線に依存する固定キャッシュフロー商品の各組は、最大2つのキャッシュフローに圧縮される。集約ルーチン46の場合と同様、圧縮ルーチン48を繰り返し実行して、商品を増分的にロードするように実現することができる。圧縮ルーチン48は、オプションを扱うために拡張形の分析的圧縮を実行するように構成することができるが、シナリオ・ベース圧縮が一般にオプションを含むサブポートフォリオを圧縮するため、オプションを有するサブポートフォリオのシナリオ・ベース圧縮も実行できる圧縮エンジン20の構成を実現する方が有利なことがある。

圧縮ルーチン48は、分析的圧縮とシナリオ・ベース圧縮の他に、拡張可能であるように構成されることが好ましく、それにより、他の圧縮ルーチンの統合が可能になる。したがって、一般に、圧縮ルーチン48への入力、1つまたは複数の利用可能な圧縮技法にかけることができるサブポートフォリオである。適用される特定の技法は、たとえばユーザによりあるいは圧縮するポートフォリオの特性によって指定することができる。圧縮する商品は、実際の取引される商品のように見えることもあるが、必ずしもリスク管理の目的でそれらが取引される必要はない。

最後に、圧縮サブポートフォリオと圧縮していないサブポートフォリオの両方が、第2の集約ルーチン50に渡され、単一のポートフォリオ52に結合される。次に、圧縮ポートフォリオ52を、たとえば、ターゲット・ポートフォリオの様々なリスク評価分析の基準として使用することができる。

図4に示した実施形態のルーチンのいくつかをより詳細に参照すると、1つの実施態様において、分類分割ルーチン42は、たとえばいくつかのユーザ定義されたキー属性に基づく分類処理によって、入力されたターゲット・ポートフォリオ（あるいは、増分的ロードの場合は、ターゲット・ポートフォリオの一部）をより小さいサブポートフォリオに分割するように構成される。それぞれのキー属性は、金融商品の特定の特徴または特性と関連付けられ、金融商品情報の集ま

りを分類することができる分類キーとしてはたらく。キー属性を適切に使用することにより、ユーザは、各サブポートフォリオの内容を、そのユーザの特定のリスク管理の報告目的と一致するレベルに改良することができる。キー属性のリストは、たとえばGUIや設定ファイルを使用して分類分割ルーチン42に渡すことができる。

キー属性の利用は、操作圧縮エンジン20を特定の用途に合わせる便利な方法を提供する。たとえば、キー属性を使用して、分類分割ルーチン42が、特にクレジット・リスク報告のパフォーマンスを対象とするサブポートフォリオを生成することができる。そのような実施形態において、入力されたポートフォリオを、たとえば(a)関連したトランザクションにおけるカウンターパーティであつ

た法的実体や、(b)取引を予約した管轄区などの属性に基づいて区分することができる。そのようなキー属性の適用により、入力されたポートフォリオは、様々な法的実体と関連したサブポートフォリオに分割され、さらに様々な管轄と関連したサブポートフォリオに分割される。そのようなサブポートフォリオは、さらに、商品タイプ（たとえば、オプション、固定収入）に基づいて分割されることがある。しかしながら、そのような分類手法は、単なる例として示したことに注意されたい。任意の特定の実施態様の最も有利なキー属性は、たとえば所与の機関の特定の報告要求や特定タイプのリスク分析と関連して変化することになる。

ターゲット・ポートフォリオが、多くの異なるタイプの金融商品を含む可能性がほとんどなく、異なる商品が、異なる特性を有し、異なる圧縮方法に適しているため、機関は、商品のうちのいくつかだけを圧縮し、利用可能なタイプの圧縮技法のうちのいくつかだけを使用するように選択することができる。したがって、図4に示した例の変形において、分類分割ルーチン42は、追加の組のキー属性を使用して、圧縮するかどうかに基づいて商品をサブポートフォリオにさらに分類することができ、圧縮する場合は、特定の圧縮方法が利用される。すなわち、最終的に圧縮される商品は、圧縮されない商品と分離され、最終的に1つまたは複数の圧縮ルーチンを介して渡される商品は、実行される圧縮技法または技法の組合せに基づいてサブポートフォリオに分類される。したがって、ユーザは、サブポートフォリオ階層を作成する際に使用されるキー属性のリストを指定する他

に、適用する圧縮技法のタイプを指定することもできる。圧縮エンジン20を、柔軟でかつ拡張可能な圧縮用の関数ライブラリを含むように構成することによって、ユーザに、所望の圧縮方法により生じるサブポートフォリオ（本質的に、圧縮可能な商品のリスト）の構成を変化させる機能を提供することができる。

図4に示した実施形態を再び参照すると、キャッシュフロー生成ルーチン44への入力サブポートフォリオは、一定のキャッシュフローだけを生成するか、または一定のキャッシュフローだけを生成するときの評価のために表すことができる商品からなる。そのような商品には、たとえば、固定レート債券、変動利付債

、金利先渡し取引、先物および先渡し契約、外国為替先渡し、固定ノショナル・スワップ(fixed notional swaps)、譲渡性預金を含む。多くの場合において、キャッシュフローの商品は、その金融および会計詳細に関してコンピュータに実装された装置10に有利に提示され、実際のキャッシュフローとして直接表されない。したがって、キャッシュフロー生成ルーチン44は、そのような金融詳細に基づいて商品のキャッシュフローを生成する。しかしながら、評価、リスク測定および圧縮のために、将来における一定の時間に生じる一連のキャッシュフローによってこれらの商品を表すことが望ましいこともあり、そのような場合、その現価は、適切なレートで割引されたキャッシュフローと等しい。たとえば、固定利率債券は、その満期、ノショナル、クーポン・レートおよびクーポン頻度によって示すことができる。次に、この情報から、将来のキャッシュフローを十分に決定することができ、現在の市場相場を使用して、将来のキャッシュフローを割引することにより、市場評価(mark to market valuation)を得ることができる。しかしながら、この場合も、詳細は、任意の所与の実施態様の特定の必要性により変化することがある。

次に、第1の集約ルーチン46に移ると、前述のように、このルーチンは、すべての利率曲線について、集約キャッシュフロー商品すなわちACIと呼ばれる新しいタイプの商品を生成するように構成することができる。ACIは、単に、特定の時間に特定のキャッシュフローを支払う統合的な債券である。このステップで、同じ割引曲線で割引された生成キャッシュフローがすべて、単一のACIに統合され、同じ日に行われたキャッシュフローがネットされる。これにより、

単一の割引曲線を使用してこれらのキャッシュフローを割引することによって、現価を決定することができる。たとえば、最高10年満期の米ドルで5000の固定レート債券を含み、半年継続のクーポンを支払うポートフォリオは、最大100,000のキャッシュフローを含む。集約後、これらは、最大2500(1年当たり250営業日に基づいて)のキャッシュフローを有する1つのACIによって表される。そのような固定レート債券が、その年のすべての営業日をまかなう満期を有することはほとんどあり得ないので、実際の数値は、一般に、これよ

りもかなり小さくなる。当業者は、そのような集約によって可能な処理リソースの点から実質的な貯蓄を理解するであろう。さらに、一定のキャッシュフローによって表すことができない商品と、1つまたは複数の集約キャッシュフロー商品を含む第1の集約ルーチン46からの出力されるサブポートフォリオは、近似が行われていないため、入力サブポートフォリオと同じ論理値を有し、また前に識別したリスク因子の影響を同じように受けることに注意されたい。代替として、他の割引手法を適用することができる。本発明は、この点に関して制限されない。

前述のように、ポートフォリオ圧縮は、一般に、入力ポートフォリオがより単純な商品、より少ない商品、またはその両方を使って表されるプロセスである。図4に示した実施形態の1つの特定の実施態様において、圧縮ルーチン48は、分析的圧縮を適用して、大きい組のキャッシュフローを含むサブポートフォリオをはるかに小さい組のキャッシュフローに圧縮し、シナリオ・ベース圧縮を利用して、オプションを含むサブポートフォリオを圧縮する。圧縮ルーチン48は、理想的には、追加の圧縮方法をモジュール式に容易に追加できるように拡張可能に設計される。そのような拡張可能な設計の実施態様は、ソフトウェア開発の分野では周知である。

以下の考察では、分析的圧縮とシナリオ・ベース圧縮の両方をさらに詳細に説明し、それぞれの圧縮技法の基礎となる論理モデルの数学的支援を含む。しかしながら、本発明が、決してこれらの圧縮技法だけに制限されず、また本明細書で説明したこれらの圧縮技法のある特定の用途に制限されないことに注意されたい。

分析的圧縮の背景にある基本原理は、比較的簡単である。基本的手法は、新しいリスク因子がしたがう確率論的过程を、元のリスク因子の関数として容易に求めることができるように、ポートフォリオを1組の基本関数と近似させるより単純な空間を探すことである。換言すると、基本的手法は、ポートフォリオの価格を示すプロセスを、元のリスク因子の関数として容易に求めることができるように、ポートフォリオを近似させる低次元の区間を探すことである。適切な空

間と適切な関数でポートフォリオを表現することによって、次元数を少なくし、処理するポートフォリオをより小さくかつ単純にすることができる。ポートフォリオの関数的測定を利用し、さらにシミュレーション技法を使用することによって、分析的圧縮の適用は、J. P. MorganのRisk Metrics<sup>TM</sup>法「RiskMetrics<sup>TM</sup>-Technical Document」、Morgan Guarantee Trust Company Global Research(4th ed. 1996)を参照)において普及したVaRを評価する「デルタ・ノーマル」法などの既知のリスク管理手法を上回る精度と柔軟性における実質的な改善を実現する。債券の凸性(convexity)やオプションのガンマの凸状などの分析的圧縮の捕捉高次効果(analytical compression capture higher-order effects)を行うだけでなく、得られた圧縮ポートフォリオは、オン・ラインでのVaR計算のために、他の複雑な派生的ポートフォリオと共にシミュレーションに直接使用されることもある。

分析的圧縮は、既知の主な技法と少し似ており、リスク因子空間の変化が、元空間の低次元の投影において捕捉される。しかしながら、分析的圧縮によって得られたマッピングは、必ずしも線形ではなくてもよく、ポートフォリオの挙動を適切に説明する。さらに、分析的圧縮は、「キャッシュフロー圧縮」として、たとえば、所与の時間におけるキャッシュフローが隣接する所定のノード上のデュレーション(duration)等価物にマップされる標準的なキャッシュフロー・バケッティング技法(後で説明する)よりもうまくゆく。分析的圧縮は、ポートフォリオの包括的特性をより正確に維持するだけでなく、少なくとも処理時間の大幅な改善を提供する。分析的圧縮技法をさらに説明するために、分析的圧縮の原理と理論を、固定キャッシュフロー・ポートフォリオの特定の実施態様の文脈で説明する。

背景として、前に説明したように、ポートフォリオのバリュー・アット・リスク(VaR)は、ポートフォリオがある予定期間にわたり高い信頼度で受ける可能性のある最大レベルの損失を表す。より正式には、期間 $[0, t]$ にわたる信頼度レベル $a$ のVaRである $VaR_a(t)$ は、次の方程式の解で与えられる。



$$Pr(V(R_0, 0) - V(R_t, t) \leq VaR_\alpha(t)) = \alpha \quad (\text{式 1})$$

ここで、 $V(R_t, t)$  は、時間  $t$  におけるポートフォリオの値を示し、 $R$  は、基礎となる（確率論的）リスク因子のベクトルを表し、 $\alpha$ （片側）は、一般に  $0.9 \sim 0.99$  である。時間間隔は、通常  $1 \sim 10$  日である。

この定義の  $VaR$  を仮定し、 $i = 1, \dots, n$  の場合、時間  $t_i$  における  $C_i > 0$  の固定キャッシュフローのポートフォリオを検討する。今日のポートフォリオの現価は、次の式で与えられる。

$$V(r) = \sum_{i=1}^n C_i \exp(-r_i t_i) \quad (\text{式 2})$$

ここで、 $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)$  は、各項における連続的に合成された割引率のベクトルを表す。

ポートフォリオの「満期利回り (yield to maturity)」 $y$  は、同じポートフォリオ値を与えるためにすべてのクーポンを割引くことができる単一のレートである。したがって、これは、次の方程式の唯一の根によって与えられる。

$$\sum_{i=1}^n C_i \exp(-r_i t_i) = \sum_{i=1}^n C_i \exp(-y t_i) \quad (\text{式 3})$$

この数式は、次の恒等式としてより簡潔に書くことができる。

$$V(r) = V_y(y)$$

ここで、簡潔にするため、 $V_y(y) = V(y, y, \dots, y)$  を意味する。すべてのキャッシュフローが同じ符号でない場合は、式 3 の解が一意でないことに注意されたい。

ポートフォリオの「修正デュレーション」は、次のように、利回りに関する  $V$  の（負の）導関数として定義される。

$$D \equiv -\frac{dV_y}{dy} = \sum_{i=1}^n C_i t_i \exp(-y t_i) \quad (\text{式 4})$$

キャッシュフローが固定される場合、所与の時間におけるポートフォリオの利回りとデュレーションを利率ベクトル  $r$  の関数としてのみ見なすことができるこ

とに注意されたい。

前に示したように、ポートフォリオの利回りは、ポートフォリオの価値の代用表現と見ることができる。したがって、それらの間は1対1写像である。利回りは、さらに、ポートフォリオの価値を示すためにレートと類似の関数形態ではたらく。

以上を考慮し、価格関数  $V_y(y)$  を使用してポートフォリオの価値と  $V a R$  との変化の分散を得るために、まず利回りの分布を決定する。瞬間的な利回りの変化が次の方程式に従うことがわかるため、これは、レートの結合分布 (joint distribution) が分かっている場合には難しい作業ではない。

$$dy = \sum_{i=1}^n \frac{\partial y}{\partial r_i} \cdot dr_i = \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot dr_i \quad (\text{式5})$$

$$\beta_i = \frac{dy}{dr_i} = \frac{C_i \cdot t_i \cdot \exp(-r_i t_i)}{D}, i=1, \dots, n \quad (\text{式6})$$

$\beta \equiv (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$  は、利回り感応度 (yield sensitivity) のベクトルと呼ばれる。また、式2と式6から直接生じる興味深い簡単な認識は、次のようなものであることに注意されたい。

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{t_i} \cdot \frac{\partial y}{\partial r_i} = \frac{V(y)}{D(y)} \quad (\text{式7})$$

$n$  が十分に大きく相関関係が急速に低下する場合、利回り変化の分布  $dy$  を、正規分布に近づけることができる。これは、中心極限定理により、もっと大きな変化にも当てはまる。

レートの相対的変化が結合正規分布に従うと想定することば慣例的であるため、式5を次のように表すと好都合である。

$$dy = \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot r_i \cdot \frac{dr_i}{r_i} \quad (\text{式8})$$

次に、利回り変化のボラティリティを、次のように計算することができる。

$$\sigma_{dy}^2 = \sum_{i,j} \beta_i \beta_j \sigma_i \sigma_j r_i r_j \rho_{ij} \quad (\text{式9})$$

ここで、 $\sigma_i$ は、 $i$  番目のリターンのボラティリティを表し、 $\rho_{ij}$ は、相関行列である。行列形式において、これは、 $\Sigma_{ij} = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$ のとき、次のように簡潔に表わすことができる。

$$\sigma^2_{\Delta y} = (\beta \cdot r)^T \Sigma (\beta \cdot r)$$

この場合も、ベクトル乗算表記法を使用し、すなわち、 $(\beta \cdot r)_i = (\beta_i r_i)$ である。

元のリスク因子（この場合は、各レート）の結合プロセスが与えられた場合、利回りの微分プロセスを正確に知ることができることを強調することは重要である。原則として、近似は不要である。この観察のより正式な表現は、Ron Dembo 他による「Analytical Compression of Portfolios and VaR」、Algorithmics Technical Paper No. 96-01 (1997)の付録1を参照されたい。この考察は、参照により本明細書に組み込まれる。

前述の結果は、標本空間を  $n$  次元 ( $r$  の変化の次元) から 1 次元 ( $y$  における変化) に減らすことによってシミュレーションを使用する VaR 計算を簡単にするために使用することができる。次に、 $V_y(y)$  を使用して、一連の  $n$  の期間の評価をさらに必要とするポートフォリオを評価することができる。この利回り

べースのモンテカルロ法は、パラメータ空間の縮小と、利回りのボラティリティがレート・リターンのボラティリティよりかなり小さいという事実のため、単純なモンテカルロ法よりも高速でかつより強力な方法である。さらに、厳密にポジティブなキャッシュフローまたは厳密にネガティブなキャッシュフローのポートフォリオの場合は、 $V_y(y)$  が単調であることに注意し、考察が参照により本明細書に組み込まれた Ron Dembo 他による「Analytical Compression of Portfolios and VaR」、Algorithmics Technical Paper No. 96-01 (1997) の第2節に記載された1因数定理を適用することによって、シミュレーションなしで、VaRを計算することができる。より一般的なポートフォリオの場合は、後で示すようないくつかの近似を行うことによって、性能をさらに改善することができる。

利回りから値への変換 $V_y$ は、さらに $n$ のキャッシュフローの割引を必要とする。しかしながら、この関数の効率的な近似を、 $VaR$ の計算に使用することができる。ポジティブだけ（またはネガティブだけ）のキャッシュフローのポートフォリオの場合は、ゼロクーポン債などの単一キャッシュフローの計算の問題点を小さくすることができる。すなわち、関数 $V_y$ は、次のように近似させることができる。なお、以下の $V\sim(y)$ は（式10）の左項を表す。

$$\tilde{V}(y) = C \exp(-yt). \quad (\text{式 10})$$

この式の新しい2つのパラメータ $C$ と $t$ は、式3で計算された利回りを使用しながら値と修正デュレーションを一致させることによって、すなわち、次のような2つの式から求めることができる。

$$C \exp(-yt) = \sum_{t=1}^n C_t \exp(-yt) \quad (\text{match } V) \quad (\text{式 11})$$

$$\frac{\sum_{t=1}^n C_t t \exp(-yt)}{\sum_{t=1}^n C_t \exp(-yt)} \quad (\text{match } D) \quad (\text{式 12})$$

当然ながら、 $V\sim(y)$ はやはり単調であり、したがって、 $VaR$ の近似は、シミュレーションなしに計算することができる。この近似の結果は、ある点にお

る値と第1導関数の両方を一致させる単一の指数関数を有する一連の指数関数であり、項 $(-yt)$ が、一連の指数を「平均化」する。実際に、Ron Dembo他による「Analytical Compression of Portfolios and VaR」、Algorithmics Technical Paper No. 96-01(1997)（この考察は、参照により本明細書に組み込まれる）において、ポジティブ・キャッシュフローのポートフォリオの場合は、 $V\sim(y)$ が、正確な値 $V(y)$ によって常に支配されることが示されている。すなわち、次のように表される。

$$V_y(y) \geq \tilde{V}(y), \text{ for all non-negative } y \quad (\text{式 13})$$

ネガティブ・キャッシュフローのポートフォリオには、逆のことが当てはまる

。

ポジティブ・キャッシュフローとネガティブ・キャッシュフローを有するポートフォリオの場合、前の式3の根によって与えられる利回りは一意ではない。この問題の単純な解は、対象ポートフォリオを、一方が厳密にポジティブなキャッシュフローを有し他方が厳密にネガティブなキャッシュフローを有する2つのサブポートフォリオに分割することである。この場合、ポートフォリオの合計値は、 $V = V^- + V^+$ として表わすことができる。 $V^-$ と $V^+$ は、次の通りである。

$$V^+ = \sum_{i=1}^n C_i^+ \exp(-r_i t_i), V^- = \sum_{i=1}^n C_i^- \exp(-r_i t_i) \quad (\text{式 1 4})$$

また、 $C_i^+ \geq 0$ 、 $C_i^- \leq 0$ である

この場合、両方のサブポートフォリオの利回り ( $y^+$ ,  $y^-$ ) は一意であり、ポートフォリオ全体を、ポジティブとネガティブの2つのキャッシュフローに圧縮することができる。圧縮した2つのポートフォリオはそれぞれ、式3から計算した利回り ( $y^+$ ,  $y^-$ ) と、式11と式12から計算したクーポン ( $C^+$ ,  $C^-$ )、およびデュレーション ( $t^+$ ,  $t^-$ ) を有する。したがって、ポートフォリオの価値関数は、次のように近似させることができる。

$$V(y^+, y^-) = C^+ \exp(-y^+ t^+) + C^- \exp(-y^- t^-) \quad (\text{式 1 5})$$

これから、( $y^+$ ,  $y^-$ ) のボラティリティと共分散は、次の式で与えられることが分かる。

$$\begin{aligned} \sigma_+^2 &= (\beta^+ \cdot r)^T \Sigma (\beta^+ \cdot r) \\ \sigma_-^2 &= (\beta^- \cdot r)^T \Sigma (\beta^- \cdot r) \\ \text{Cov}(y^+, y^-) &= (\beta^+ \cdot r)^T \Sigma (\beta^- \cdot r) \end{aligned} \quad (\text{式 1 6})$$

ポートフォリオの VaR は、2次元空間 ( $y^+$ ,  $y^-$ ) 上のモンテカルロ・シミュレーションと式15にあるような  $V$  を使用することにより、計算することができる。次元数が低く評価が簡単なため、これは、有効な計算技法である。さらに、この場合(たとえば、低不一致シーケンス (low discrepancy sequence))、他の低い次元の統合技法をより有効に使用することができる。また、各リスク因子にお

ける $V$ の厳密な単調性の特性 ( $y^+$ ,  $y^-$ ) を利用してシミュレーションを高速化することができることに注意されたい。

次に、異なる通貨で建てられ、それにより利率 (IR) リスクの他に外国為替 (FX) リスクを有するキャッシュフロー・ポートフォリオの場合を検討する。本国通貨のポートフォリオの値は、次のように表わすことができる。

$$V(r, S) = S \sum_{i=1}^n C_i \exp(-r_i t) \quad (\text{式 17})$$

ここで、 $S$  は、外国通貨からのスポット・レートを示す (本国通貨における外国通貨の1つの単位の値)。一般性を損なわないように、キャッシュフローがすべてポジティブであると仮定する。前の節の結果を使用することにより、式17の価値関数を、次のように近似させることができる。

$$\tilde{V}(y, S) = S \cdot C \exp(-y t) \quad (\text{式 18})$$

この意味で、ポートフォリオは、外国通貨における債券の1つのポジションと見なすことができる。FXスポット・レートの内在的増殖機能に注意されたい。

VaRを推定する簡単な手法は、2次元空間 ( $y$ ,  $S$ ) でシナリオを作成し、式18を使用することである。ポートフォリオが、ポジティブ・キャッシュフロー

とネガティブ・キャッシュフローの両方であるとき、式15と式18の適合により、3次元空間 ( $y^+$ ,  $y^-$ ,  $S$ ) でのシミュレーションが得られることは明らかである。

代替として、さらなる近似が可能なことがある。たとえば、式18は、次のように書くことができる。

$$\begin{aligned} \tilde{V}(y, S) &= C \cdot S_0 \cdot \exp \left[ \left( \frac{\ln(S/S_0)}{t} - y \right) t \right] \\ &= C_S \cdot \exp(-Y_S t) \equiv \tilde{V}(Y_S) \end{aligned} \quad (\text{式 19})$$

ここで、 $S_0$  は、現在のスポットFX値と  $Y_S = (y - \{\ln(S/S_0)\} / t)$  を示す。前の式8と同様、 $Y_S$  の微分変化は、次のように示される。

$$dY_s = \sum_{i=1}^n \frac{\partial Y_s}{\partial r_i} \cdot dr_i + \frac{\partial Y_s}{\partial S} \cdot dS \quad (\text{式 20})$$

ここで、 $\beta_i$ 's,  $i = 1, \dots, n$ は、前に示した通りであり、 $\beta_s = 1 / (S \cdot t)$ である。

$$= \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot r_i \cdot \frac{dr_i}{r_i} + \beta_s \cdot S \cdot \frac{dS}{S}$$

式19が問題を単一のキャッシュフローの場合に縮小し、それによりVaRを分析的に計算できることに注意されたい。しかしながら、実際には、導びかれた分散誤差は、式18の利回り近似だけを使用することから生じるものよりも大きいことがある。このような誤差の主な原因は、式20の離散近似と、 $Y_s$ の分布の非正規性の大きさから生じる。

次に、一般的な複数通貨、複数曲線のケースを検討すると、これは、前述の単一通貨のケースを繰り返し適用することによって解決することができる。ポートフォリオがIRリスク因子を含むように、異なる通貨（その最初は、自国通貨）で建てられた $m$ のサブポートフォリオからなるグローバル・ポートフォリオの一般的なケースを検討する。この場合、自国通貨における全ポートフォリオの価値

は、次のように表わすことができる。

$$V = \sum_{k=1}^n S_k \sum_{i=1}^{n_k} C_{ki} \exp(-r_{ik} t) \quad (\text{式 21})$$

ここで、 $k$ は、通貨を指す示すために使用され、 $S_1 = 1$ である。このケースでは、リスク・パラメータ空間の総次元数は、 $\dim = \sum n_k + m - 1$ である。各サブポートフォリオ内のIRリスク因子の数が定数 $n_r$ で与えられるとき、これは、単に、 $m(n_r + 1) - 1$ となる。その場合、たとえば5つの通貨と16の期間構造ポイント（たとえば、RiskMetrics™の期間ポイントを使用する）を有する代表的なポートフォリオは、次元が84：(5\*16 (IRs) + 4 (FX))の問題を含む。前の節の結果を適用することによって、ポートフォリオを圧縮して、次のように評価することができる。

$$V_A = \sum_{k=1}^m S_k [C_k^+ \exp(-y_k^+ t_k) + C_k^- \exp(-y_k^- t_k)] \quad (\text{式 2 2})$$

ここで、 $y_k$ 、 $C_k$ 、および  $t_k$  は、各サブポートフォリオの利回り、クーポンおよびデュレーションをそれぞれ示す。このケースにおける次元は、 $\text{dim} = 3m - 1$  である ( $2m$  の無作為利回り ( $y_k^+$ ,  $y_k^-$ )、 $k = 1, \dots, m$ 、 $m - 1$  FX スポット・レート  $S_k$ ,  $k = 2, \dots, m$ )。この場合、5 つの通貨を有する前述の例におけるポートフォリオのリスク因子空間は、 $\text{dom} = 14$  を有するように圧縮される。次元を2つのリスク因子に減少させることができる場合は、さらに簡略化できることに注意されたい。これは、たとえば、まず式19を適用し、次に得られたポジティブ・キャッシュフローとネガティブ・キャッシュフローをすべて2つのキャッシュフローに利回り近似を使用して圧縮することによって達成される。

前述の技法は、主に固定キャッシュフローの商品に対処するが、これらの技法は、浮動商品とデリバティブを含むポートフォリオに有効に使用することができる。固定ノショナル法 (fixed notional method) などの方法とデルタ・バケッティング (後を参照) などの近似を使用して、固定キャッシュフローの観点からほとんどのキャッシュフロー商品を表現することができる。したがって、一般にポ

ートフォリオ全体の80～90%を占めるオプションナリティのないポートフォリオ部分を、少数のポジションに圧縮することができ、モンテカルロ・シミュレーションを使用して、ポートフォリオ全体のリスク・プロファイルを計算することができる。このケースでの計算は、高速であり、十分な精度を維持する。これは、純粋な共分散 (たとえば、RiskMetrics™) の方法と全く対照的であり、この場合、デリバティブの実質的高次の影響は、債券の凸性でも、説明されない。さらに、データ処理の観点から、分析的圧縮は、バッチ処理に理想的であり、ポートフォリオ全体の記憶とロード/ダウンロードの有効性を大幅に高め、他の処理に大量のメモリを解放する。

以上に示唆したように、「バケッティング」、特に「キャッシュフロー・バケ



「バケッティング」は、1組の商品によって生成されるキャッシュフローの総数を減少させるための既知の技法である。一般的に、バケッティングは、性能的な理由のためだけでなく、一般に分散が少ない期間ポイントにのみ利用可能なので、実際に望ましい技法である。たとえば、固定収入商品の場合、J. P. モーガンの分散データ・セット（先に引用した「RiskMetrics™-Technical Document」を参照）は、16期間ポイントに関してボラティリティおよび相関関係を有する。

固定収入商品のバケッティングの業界規準は、「デュレーション・バケッティング」とRiskMetrics™で示唆されたバケッティングを含む。一組の標準期間ノードを仮定した場合、両方の方法は、各キャッシュフローを、最も近い2つ（または1つ）のノードに別々にマップする。デュレーション・バケッティングは、現価と元のキャッシュフローのデュレーションとを一致させることによってこれを達成する。RiskMetrics™で表されたバケッティングは、現価と元のキャッシュフローのボラティリティとを一致させることによってこれを行う。ゼロクーポン債の価格間の直線補間のさらに他の仮定が必要である。相対的な利点と欠点を含む2つのバケッティング技法に関する追加の情報は、前に引用した、「RiskMetrics™-Technical Document」とMark B. Garmanによる「Issues and Choices in Analytic (Variance-Covariance) Value at Risk」(RIMAC 97 Conference, Scottsdale, Arizona, 1997年2月に提示された)に見ることができる。

これと対照的に、デルタ・バケッティングは、デュレーション・バケッティングまたはRiskMetrics™手法のどちらよりも高性能でかつ強健な技法を提供する。デルタ・バケッティングは、一般に、すべての金融商品に適用可能であるが、おそらく線形商品に最も適切である。デルタ・バケッティングの目的は、キャッシュフローが生じる時間を標準化することである。固定収入商品の場合、デルタ・バケッティングは、標準の期間構造上にそれらを再分散させることによってポートフォリオにおけるキャッシュフローの数を減らす。キャッシュフローのこの再分散は、それぞれの元のリスク因子に関する各個別の商品またはキャッシュフローの部分的デリバティブ（または、キー・レート・デュレーション）が、保存されるように行われる。

前述のバケッティング法は、属するポートフォリオに関係なく、それぞれのキャッシュフローを最も近いノードに別々にバケット (bucket) する。したがって、満期利回りやデュレーションなどのいくつかのグローバル・ポートフォリオ特性は、そのような特性が付加的でないため、保存されない。個別の各キャッシュフローごとにそのような特性を保存しても、ポートフォリオの特性が保存されることは保証されない。これと対照的に、いわゆる「利回りバケッティング」は、このようなグローバル・ポートフォリオ特性を保存することにより、すべてのポートフォリオ・キャッシュフローをマップする。この方法では、キャッシュフローが標準ノードにバケットされ、新しくバケットされたポートフォリオが、オリジナル・ポートフォリオの同じ価値、利回りおよびデュレーションを保存することを保証することによって、ポートフォリオにおける他のすべてのキャッシュフローが説明される。利回りがポートフォリオが依存する単一のリスク因子になるため、これは、バケッティング技法が分析的圧縮と協力して使用される望ましい特徴である。

次にシナリオ・ベース圧縮の詳細に移ると、本発明の特定の実施形態により、シナリオ・ベースの最適化を以下のように実行するように圧縮エンジン20を構成することができる。圧縮ポートフォリオまたはサブポートフォリオは、サブポートフォリオ内のすべての商品の1組の満期、1組の基礎リスク因子、および任意のエンベデッド・オプション用の一連の行使価格を返すキャッシュフロー／エンベデッド・オプション・アナライザ (embedded option analyzer) に渡される。

キャッシュフロー／エンベデッド・オプション・アナライザからの出力は、実行する分析のタイプの詳細と共に(たとえば、信頼度99%でVaR10日、95%でVaR1か月)、複製セット・ジェネレータへの入力としてはたらく。分析タイプに関する情報は、たとえばGUIによってユーザからまたは設定ファイルから得ることができる。複製セット・ジェネレータは、ターゲット・ポートフォリオを有効に「スパン」または範囲に含む1組の複製商品を入力する。キャッシュフロー／エンベデッド・オプション・アナライザからの出力と分析タイプに

関する情報は、複製が実行される1組のシナリオと時点を返すシナリオ・ジェネレータへの入力としてはたらく。シナリオ・ジェネレータは、シナリオを動的に生成したり、たとえば予め生成されたシナリオをデータ・ベースから取り出したりする。一般に、複製セット・ジェネレータとシナリオ・ジェネレータの動作は、単純なルールベース・システムによって管理され、その例を後で示す。

一組の複製商品、ターゲット・ポートフォリオ、および一組のシナリオに従って、シミュレーション・モジュールは、特定の時点におけるすべてのシナリオ下のターゲット・ポートフォリオ内のすべての商品の価値を決定する。次に、シミュレーション・モジュールの結果は、線形プログラミング問題を公式化して最適な複製ポートフォリオを見つける最適化問題モジュールに入力される。次に、この問題は、標準の線形プログラミング技法とその関連ソフトウェア（たとえば、ネバダ州のILOG of Incline Villageから配布されているC P L E X<sup>TM</sup>アプリケーション）を使用して解決される。問題の解決策は、指定のシナリオ上でターゲット・ポートフォリオの挙動と最も一致する複製商品を受け入れる一組のポジションである。最終的に、構成圧縮ポートフォリオ・モジュールは、最適化問題モジュールの出力からの圧縮した複製ポートフォリオを構成する。たとえば、構成圧縮ポートフォリオ・モジュールは、複製ポートフォリオを構成するために、実行する実際の市場取引を識別するレポートを生成する。複製ポートフォリオに含まれる一組の商品（すなわち、複製商品）は、非線形商品用のより強健な複製ポートフォリオを提供するために、オプションナリティを有する商品（たとえば、債券オプション、キャップ／フロア）を含む様々なタイプの商品を含むことがある。

シナリオ・ベース圧縮モデルは、いくつかの仮定に基づく。たとえば、圧縮ポートフォリオは、ある有限の期間にわたって対応するターゲット・ポートフォリオの代用物として使用されると仮定する（以後、「複製期間」）。複製期間中、有限数のイベントまたはシナリオSだけが生じると仮定する。しかしながら、そのようなイベントのうちのどれが実際に生じるかは不確かである。したがって、複製期間中のある時点で  $i$  番目の将来イベントが生じる可能性は、 $p^i \in R^s$  によって

示される。

シナリオ・ベース圧縮モデルの基礎となる第2の仮定は、圧縮ポートフォリオを作成するために、有限数 $N$ の金融商品だけに使用できないことである。圧縮ポートフォリオは、ターゲット・ポートフォリオとその属性を評価するための代用物としてのみ使用されるため、価格が既知の商品からなることができる。さらに、商品の流動性は、圧縮ポートフォリオが評価（たとえば、つなぎ売り）以外の目的に使用される場合だけ適切である。

図5は、シナリオ・ベース圧縮の技法をさらに詳しく説明する際に使用される表記規則について説明する。さらに、上付きの文字 $T$ は、ベクトルまたは転置行列を示す。図5に示した規則を適用して、 $q_a = ((q_1)_a, (q_2)_a, \dots, (q_N)_a)^T$ を、複製期間の始めにおける圧縮ポートフォリオの各候補商品の属性( $a = 1, \dots, A$ )の既知の値とする。任意の属性に当てはまる一般的表現が行われるとき、下付き文字「 $a$ 」を省略することもある。

さらに、 $D_a$ を、各シナリオにおける各商品の属性 $a$  ( $a = 1, \dots, A$ )の起こり得る値を示す $S \times N$ の行列とする。すなわち、各エントリ $(d_{ij})_a$ は、シナリオ $i$  ( $i = 1, 2, \dots, 5$ )が起こる場合の複製期間の終わりにおける商品 $j$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ )の値である。同様に、ターゲット・ポートフォリオが、複製期間の始めに $C_a$ で値が決められた属性と、実際に起こるシナリオに依存する複製期間の終わりにおいて $\tau_a = ((\tau_1)_a, (\tau_2)_a, \dots, (\tau_2)_a)^T$ 、( $a = 1, \dots, A$ )で値が決められた属性を有すると想定する。ポートフォリオは、ベクトル「 $x$ 」によって特徴付けられ、各成分 $x_j$ は、ポートフォリオが含む商品 $j$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ )の金額を示す。

$E(\tau) = \tau^T p$ は、確率分布 $p$ に関する $\tau$ の期待値を示す。最終的に、 $E(D_a) = D^T a P$ は、複製期間の終わりにおける圧縮ポートフォリオ内の商品の属性 $a$

の期待値の $N$ 次元列ベクトルを示す。

以上を想定した場合、トラッキング関数を使用して、圧縮ポートフォリオが、複製期間中に属性が呈する可能性のある値よりも低い対応ターゲット・ポートフ

オリオと一致する程度を測定することができる。トラッキング関数は、次のように表すことができる。

$$T(x) = \sum_{i=1}^A \|D_{\alpha_i} x - \tau_{\alpha_i}\|.$$

圧縮ポートフォリオとターゲット・ポートフォリオの間のずれを測定するために使用される規準の実際の選択は、ソリューションの状況と所望の統計的特性に依存する。たとえば、誤差尺度として標準リグレット(regret)または最大誤差を選択することができ、すべての誤差、正の誤差だけ、または負の誤差だけを、最小限に抑えることができる。この尺度において、ある属性を別の属性よりも強調し、一貫した単位への変換を適用するために、加重定数 $w_a$ が使用される。たとえば、すべての誤差を含む標準リグレットが選択される場合は、次の式のようになる。

$$\|D_{\alpha} x - \tau_{\alpha}\| = w_{\alpha} E(|D_{\alpha} x - \tau_{\alpha}|) = w_{\alpha} (\varphi_s^T |D_{\alpha} x - \tau_{\alpha}|).$$

別の例として、すべての誤差を含む最大誤差が選択された場合は、次の式のようになる。

$$\|D_{\alpha} x - \tau_{\alpha}\| = w_{\alpha} \max_j | \sum_{j=1}^n (d_{\alpha j})_{\alpha} x_j - (\tau_{\alpha})_{\alpha} |.$$

ターゲット・ポートフォリオと圧縮ポートフォリオが、選択した期間全体にわたってできるだけ接近するようにするためには、当然ながら、現在の条件下で両方のポートフォリオの関連する属性の値が同じである必要がある。これにより、 $q_a^T x = c_a$  ;  $a = 1, \dots, A$  という一組の境界条件が導かれる。

したがって、以上を考慮して、シナリオ・ベース圧縮モデルを比較的簡単に表

わすことができる。このモデルによれば、圧縮ポートフォリオを選択する個々の商品が、複写期間の始めに一致しなければならない属性よりも多くある場合に、実現可能な圧縮ポートフォリオが常に存在する。このモデルは、 $q_a^T x = c_a = 1, \dots, A$  であることを条件として、数学的に次のように表すことができる。

$$T^* = \min_x T(x) = \min_x \sum_i \|D_i x - \tau_i\|$$

すなわち、方程式は、圧縮ポートフォリオにおける各商品の起こり得るすべての金額に関してトラッキング関数を最小にすることであり、同時に、そのような商品の全価値が、ターゲット・ポートフォリオの価値と等しいことを保証する。

本発明の前述の実施形態の変形により、たとえば図1に示した実施形態の圧縮エンジン20によって生成された圧縮ポートフォリオは、圧縮プロセスが新しいリスク因子（すなわち、元の圧縮していないターゲット・ポートフォリオ内になかったリスク因子）によって決まる商品を生成する後処理にかけられることがある。そのような新しいリスク因子は、たとえば市場リスク因子の分散モジュールによって提供することができる。この変形により、シナリオ生成モジュールは、そのような新しいリスク因子に基づいて1組のシナリオを作成し、あるいは新しい関連するシナリオを既存のシナリオ・セットに加え、その後で、圧縮ポートフォリオと新しいシナリオ・セットを使用して機関のリスク・プロフィールを計算することができる。そのような後処理は、前に引用した「Analytical Compression of Portfolios and VaR」と題する参考資料に記載されており、その関係する開示は、参照により本明細書に組み込まれる。

分析的圧縮などの圧縮技法に関して、リスク因子空間は、一般に、いくつかの新しい変数（たとえば、圧縮利回り）を含む。変化している市場条件下で、圧縮ポートフォリオと圧縮していないポートフォリオの両方でグローバル・ポートフォリオの値をシミュレートするためには、市場因子と新しいリスク因子の結合分布からシナリオを生成しなければならない。これらの結合分布は、従う確率論的プロセスを示す利回り感応度から容易に入手可能である（前の分析的圧縮の考察を参照）。元のリスク因子にシナリオ・セットが存在する場合、各シナリオは、新

しいリスク因子を含むように強化される（たとえば、式8、9および16を使用して）。

本発明の実施形態によって提供される特徴と利点をさらに説明するために、以

下の例を提示する。第1の例は、単純なポートフォリオに対する図2に示しような圧縮エンジンの適用を含み、実現できる信頼度と時間節約の両方を実証する。46日から12年までの範囲の満期を有する38の米国債におけるロング・ポジションとショート・ポジションを検討する。評価のために使用した現在時間は、1995年7月22日であった。このポートフォリオは、9,482,415.3044米ドルの理論値を有し、様々な期間ポイントにおける価値が約5%の上がり勾配の割引曲線を使用して評価された。ポートフォリオは、デルタ・バケッティングと分析的圧縮を使用して圧縮され、その後で、モンテカルロ・シミュレーションを使用して、圧縮ポートフォリオとターゲット・ポートフォリオのVaR数を計算した。

図4の実施形態を再び参照し、ターゲット・ポートフォリオ内のすべての商品38を記述するデータ・パケットを、ロード商品ルーチン40に入力した。ターゲット・ポートフォリオが小さい場合は、すべての商品を一度にロードすることができた。次に、ロード商品ルーチン40からの出力を、分類分割ルーチン42に入力した。このケースでは、分類分割ルーチン42からの出力は、次のような理由で入力と同一であった。

(1) ユーザ定義されたキー属性だけを「割引曲線」として指定し、すべての商品を、米国債曲線を使用して割引した。

(2) すべての商品をデルタ・バケッティングと分析的圧縮にかけることを決定した(すなわち、圧縮ルーチン48をバイパスする商品はない)。

次に、分類分割ルーチン42からの出力を、キャッシュフロー生成ルーチン44と集約ルーチン46に渡し、その結果、38の債券のキャッシュフローが生成され、143のキャッシュフローからなる単一のACIに集約された。次に、この単一のACIを圧縮ルーチン48に渡し、デルタ・バケッティングと分析的圧縮技法の両方を使用して圧縮処理にかけた。

最初に、デルタ・バケッティングを、143のキャッシュフローを含むポートフォリオに適用し、その結果、キャッシュフローの数が143から13に減少した。これらの13のキャッシュフローは、前に引用した「RiskMetrics™ Techni

cal Document」でより詳しく考察したような標準RiskMetrics™の期間ポイントで起こる。次に、この減少した組数のキャッシュフローを、分析的圧縮サブルーチンに渡し、ポジティブ・キャッシュフローをネガティブ・キャッシュフローと分離した。それぞれの例（ポジティブまたはネガティブ）において、利回りを計算し、キャッシュフローを単一のゼロクーポン債に圧縮した。圧縮ルーチン48からの出力は、1つがポジティブな観念を有し1つがネガティブな概念を有する2つのゼロクーポン債で構成されていた。さらに、新しい2つのリスク因子が、各ゼロクーポン債の満期利回りに基づいて生成された。

図6は、デルタ・バックリング圧縮技法を使用して作成した13のキャッシュフローを示す。キャッシュフローが、最長満期債券よりも3年長い15年の期間ポイントで作成されことに注意されたい。図7は、デルタ・バケッティング圧縮の結果に分析的圧縮技法を適用することによって作成された圧縮ポートフォリオのキャッシュフローを示す。この場合、作成された第1のゼロクーポン債は、1998年2月22日に(39, 554, 346.0729)米国ドルのキャッシュフローを有し、計算した利回りは、5.1185%である。作成された第2のゼロクーポン債は、2001年9月18日に60, 098, 278.9511米国ドルのキャッシュフローを有し、計算した利回りは、5.5537%である。圧縮ポートフォリオは、前に説明したように計算した2つの圧縮債券からなる。シナリオ生成ルーチンを使用して、2つの新しい利回りリスク因子に基づくシナリオが元のシナリオ・セットに追加され、それにより圧縮ポートフォリオのVaR数を計算することができた。

本発明のそのような実施形態の適用により可能な利点のいくつかをさらに詳しく説明するために、次のようなリスク管理技法に基づいて1日VaR結果(1 day VaR result)を比較する。

- (1) 線形近似(すなわち、RiskMetrics™)。
- (2) ターゲット・ポートフォリオと米国債曲線に関する1000のモンテカルロ・シナリオを使用するシナリオ・ベースVaR。
- (3) 圧縮ポートフォリオと圧縮利回りリスク因子に関する1000のモンテカ



ルロ・シナリオを使用するシナリオ・ベースVaR。

VaR数は、3つの異なる信頼度に関して計算され、シミュレーション結果は、10回の実行の平均である。これらの結果を表1に示す。

表1 VaRの比較（百万ドル）

信頼度	オリジナル・ポートフォリオを使用する1000MC	圧縮ポートフォリオを使用する1000MC	RiskMetrics
.90	1.689(100)	1.670(98.88)	1.553(91.95)
.95	1.992(100)	1.986(99.70)	1.967(98.74)
.99	2.645(100)	2.630(99.43)	2.491(93.86)

注 小括弧内の数は、VaRをオリジナル・ポートフォリオのシナリオ・ベースVaRの割合として示す（欄2）

この表から分かるように、3つの各ケースにおいて、圧縮ポートフォリオの結果の標準偏差は、圧縮していないターゲット・ポートフォリオの結果の標準偏差の約半分であった。

次に、4000のモンテカルロ・シナリオを使用して実験を繰り返し、その場合も、圧縮ポートフォリオの分散は、ターゲット・ポートフォリオの半分であった。その結果を表2に示す。

表2 VaRの比較（百万ドル）

信頼度	オリジナル・ポートフォリオを使用する4000MC	圧縮ポートフォリオを使用する4000MC	RiskMetrics
.90	1.650(100)	1.651(100.06)	1.553(94.12)
.95	1.961(100)	1.967(100.31)	1.967(100.31)
.99	2.605(100)	2.614(100.35)	2.491(95.62)

注 小括弧内の数は、VaRをオリジナル・ポートフォリオのシナリオ・ベースVaRの割合として示す（欄2）

両方のケースにおいて、表1と表2に示したように、圧縮ポートフォリオから得らバリュー・アット・リスクは、オリジナル・ポートフォリオから得たバリュー・アット・リスクと最大1.22%だけ異なる。しかしながら、ポートフォリオを圧縮し、圧縮ポートフォリオからシナリオ・ベースVaRを計算するのに必要な時間は、ターゲット・ポートフォリオからシナリオ・ベースVaRを計算す

るのに必要な時間の約3%~10%変化した。

第2の例において、図4に示したような実施形態を、多数のデリバティブ・ポジションを含むより複雑なターゲット・ポートフォリオに適用した。達成できる精度と節約時間を示すために、ターゲット・ポートフォリオに、デルタ・バケットティング法、分析的圧縮法、およびシナリオ・ベース圧縮法を適用した。

この第2の例のターゲット・ポートフォリオは、3つの通貨（英国ポンド、日本円、米国ドル）のキャップやスワップションなどのオプションリティを有する多く商品を含む18,000以上の商品からなる。使用した現在時間は、1996年2月14日であり、3つの割引曲線（各通貨に1つ）は、5.5%~6.5%の範囲であった。ターゲット・ポートフォリオを含む商品は、普通株、欧州エクイティ・オプション(European equity option)、欧州FXオプション、キャップ、スワップション、固定観念的スワップ、確定レートCDS、固定レート債券、スワップ固定期間、スワップ決定期間、通貨スワップ、およびFXフォワードである。各商品のオプションの数を、表3の第2の列にまとめた。

表3 全体の結果のまとめ（時間はすべて秒）

商品	商品の数	オリジナル・ポートフォリオを使用したシミュレーション時間 <sup>ⓑ</sup>	分析的圧縮を使用した後のシミュレーション時間 <sup>ⓑ</sup>	シナリオ圧縮を使用した後のシミュレーション時間 <sup>ⓑ</sup>	圧縮時間 <sup>ⓑ</sup>
普通株	720	177			
欧州エクイティ・オプション	960	619			
欧州FXオプション	1200	246			
キャップ	1200	24452		15	1476
スワップシジョン	1200	7000			
固定観念的スワップ	6000	15841	13		
確定レートCDS	1200				
固定レート債券	4800				
スワップ固定期間	240				
スワップ決定期間	240				
通貨スワップ	240				
FXフォワード	240				
合計	18240	48335	1070 <sup>ⓐ</sup>		1476

注

a) 普通株(177)、欧州エクイティ・オプション(619)、欧州FXオプション

(246)、分析的圧縮(13)、およびシナリオ最適化(15)の合計

b) 448Mメインメモリ、シングル150MHzプロセッサのSPARC Station

ion20のCPU使用量に基づく実行時間

c) シミュレーションは、1000のモンテカルロ・シナリオに基づく。

図4に示した実施形態を再び参照すると、ロード商品ルーチン40において、ターゲット・ポートフォリオ内の商品38を記述するデータ・パケットを、それ

ぞれ400の商品のブロックで増分的にロードした。分類分割ルーチン42において、入力サブポートフォリオからの400の商品を、9のサブポートフォリオ

に分けた。これらは、このケースでは割引曲線のキー属性と、商品に適用される圧縮方法とに基づいて作成された。それぞれの通貨に1つの割引曲線だけを使用し、したがって、最初に入力サブポートフォリオを3つのサブポートフォリオに分けた。次に、圧縮方法を決定するために商品のタイプが使用されているため、3つのサブポートフォリオを、商品のタイプだけに基づいて分けた。

この例では、普通株、エクイティ・オプション、およびFXオプションは、多くなく、一般に評価に長い時間かからないため、圧縮しないことを決定した。したがって、これらの商品はすべて、後で集約するために一時的な記憶場所に入れた。さらに、キャップとスワップションは、シナリオ・ベース圧縮を使用して圧縮され、それによりこれらの商品を、圧縮ルーチン48に直接渡される第2の別個のサブポートフォリオに入れることを決定した。最終的に、残りの7つの商品タイプを、デルタ・バケットティングと分析的圧縮を使用して圧縮し、それによりキャッシュフロー生成ルーチン44と第1の集約ルーチン46に渡される第3の別個のサブポートフォリオに入れることを決定した。

キャッシュフロー生成ルーチン44と第1の集約ルーチン46において、入力には、固定収入商品を含む3つのサブポートフォリオ（割引曲線によって分離された）のうちの1つであった。これらの商品のキャッシュフローを生成し、次に1つのACIに集約した。したがって、これらの2モジュールからの出力は、1つのACIをそれぞれ含む3つのサブポートフォリオであった。

圧縮ルーチン48において、入力サブポートフォリオを、前述の分析的圧縮法またはシナリオ・ベース圧縮法のいずれかを使用して圧縮した。キャップとスワップションからなる各サブポートフォリオを、シナリオ・ベース圧縮を使用して圧縮し、一組の複製商品は、3つの各通貨のゼロクーポン債とキャプレット (caplet) により構成された。複製のためのシナリオは、標準のノード・ポイントにおいて商品の割引曲線に対して1%のバケット・シフトと、割引曲線における3つの標準偏差の平行シフトであり、高次効果を捕捉した。このシナリオ・ベース圧縮の出力は、約10のゼロクーポン債と10のアット・ザ・マネー・キャ

プレット (at-the-money caplet) のポジションのポートフォリオであった。

次に、1つのACIからなる3つのサブポートフォリオをそれぞれ、デルタ・バケッティングと分析的圧縮を使用して圧縮した。最初に、デルタ・バケッティングを適用し、その結果、標準RiskMetrics™の期間ポイントにおけるキャッシュフローが最大14になった。次に、この減少した組のキャッシュフローを、分析的圧縮サブルーチンに渡し、ポジティブ・キャッシュフローとネガティブ・キャッシュフローに分けた。それぞれ例（ポジティブとネガティブ）において、利回りを計算し、キャッシュフローをゼロクーポン債にで表した。圧縮ルーチン48からの出力は、1つがポジティブの観念を有し1つがネガティブの概念を有する2つのゼロクーポン債であった。さらに、各ゼロクーポン債の満期利回りに基づく新しい2つのリスク因子を作成した。圧縮ルーチン48に通した6つのサブポートフォリオ（すなわち、3つの通貨のキャップとスワップションと、3つの通貨の固定商品）は、圧縮ポートフォリオを構成した。次に、全てのプロセスを、ターゲット・ポートフォリオ内のすべての商品がロードされ処理されるまで繰り返した。ロードする商品がなくなった後、分析的圧縮中にリスク因子として生成された新しい6つの利回りに基づいて、新しいシナリオをシナリオ生成ルーチンで生成し、それを既存のシナリオ・セットに加えた。

最終的に、減少した圧縮ポートフォリオのVaRを、3つの割引曲線上の1000のモンテカルロ・シナリオを使用して計算した。前の表3の最後の列は、圧縮ポートフォリオと新しいシナリオを作成するのに必要な時間を示す。シナリオ・ベースVaRをシミュレートするために必要な時間は、中央の列に示される。

表3から分かるように、10のターゲット・ポートフォリオのVaRを計算するのに必要な時間は、約13.5時間であった。VaRを計算する前に様々な圧縮方法を使用してポートフォリオのサイズと複雑さを減少させることによって得られる時間節約は大きく、ターゲット・ポートフォリオを圧縮しそのVaRを計算するのにわずか40分しかかからなかった。

下の表4に示したように、VaR計算時間に対する奇与が明らかに不釣り合いなため、キャップだけからなるターゲット・ポートフォリオのサブセットに関して、パフォーマンスを評価した。これは、1,200の9年クォータリ・キャッ

プ (nine-year quarterly cap) が43,000以上のキャプレットに相当するため、1000のモンテカルロ・シナリオを使用するシミュレーションにおいて、標準のブラック・ショールズ式 (Black他による「The Pricing of Options and Corporate Liabilities, Journal of Political Economy 81(1973)」を参照) の4300万回以上の計算を必要とした。

表4 キャップ圧縮の比較 (百万ドル)

	オリジナル・キャップ	デルタ・バケッティング	シナリオ最適化: 「ガンマ」複製
RiskMetrics VaR信頼度90%	1155.57(100)	1161.60(100.52)	1161.18(100.49)
1000MC VaR信頼度90%	1285.44(100)	1341.78(104.38)	1287.72(100.18)
1000MC VaR信頼度95%	1442.85(100)	1486.23(103.1)	1442.16(100.09)
1000MC VaR信頼度99%	1828.77(100)	1891.20(103.41)	1830.36(100.09)
複製時間 (秒)		312	312
シミュレーション時間 (秒)	24452	12	36

注

a) 小括弧内の数は、VaRを非圧縮ポートフォリオのVaRの割合として示す。(欄2)

b) 448Mメインメモリ、シングル150MHzプロセッサのSPARC Station 20のCPU使用量に基づく実行時間

c) シミュレーションは、RiskMetricsのVaRではなくシナリオ・ベースVaRの計算を示す。

さらに比較するために、キャップを、デルタ・バケッティングとシナリオ・ベース圧縮の2つの方法を使用して圧縮した。表4に示したように、圧縮ポートフォリオのVaR結果の精度を、キャップの圧縮していないポートフォリオのVaR結果と比較した。デルタ・バケッティングで圧縮したポートフォリオのシナリオ・ベースVaR結果が、圧縮していないポートフォリオを使用して作成したVaR

aRの4.5%以内であることが分かる。この結果は、オリジナル・ポートフォ

リオを圧縮するためにシナリオ・ベース圧縮を使用したときにより印象的であり、圧縮ポートフォリオのシナリオ・ベースVaRは、圧縮していないポートフォリオを使用して作成したVaRの0.2%以内であった。また、圧縮ポートフォリオを使用してVaRを計算したときにかかなりの時間節約が実現された。1,200のキャップからなるポートフォリオのシミュレーション時間は、ほぼ7時間であり、それに対して、圧縮に必要な時間を含む圧縮ポートフォリオのシミュレーション時間は、6分未満であった。

以上を考慮し、当業者は、本発明の実施形態によるポートフォリオ圧縮と以前に使用されたポートフォリオ複製技法（たとえば、米国特許第5,148,365号に記載されたシナリオ最適化、および最近許可された米国特許出願第08/866,303号に記載された最適ポートフォリオ複製）との大きな違いの1つは、複製ポートフォリオが、市場取引される商品で構成されていなくてもよいことであることを理解されよう。より正確に言うと、圧縮ポートフォリオは、検討する特定の市場において「既知」または「正当」な価格の商品から構成されているだけでよい。したがって、商品の正当な市場価格を生成することができる限り、取引されない場合でも、その商品を複製セットの一部として使用することができる。この特徴は、ポートフォリオを複製する際に既知の手法によって提供されるよりも実質上高い柔軟性を金融アナリストに提供する。

本発明の実施形態によるポートフォリオ圧縮のもう1つの重要な利点は、複製変数（すなわち、圧縮ポートフォリオにおける商品のポジション）の流動性制約がないことである。しかしながら、実際には、いくつかの流動性制約は、圧縮ポートフォリオのソリューションをより安定させる。この利点は、また、前述のように、圧縮ポートフォリオの本質が適切に評価することであるという事実から得られる。圧縮ポートフォリオは、取引可能な商品から構成される必要がないので、商品の価格が市場に対して「正当」でならば、任意の量の架空の商品を含むことができる。そのような架空の商品は、たとえば、John C. Hullによる「Options, Futures and Other Derivatives (3E)」572 (Prentice-Hall 1997)に記載されたような非裁定条件または平衡原理に基づく分析的モデルを使用して評価すること

ができる。

そのようなポートフォリオ圧縮技法のさらにもう1つ利点は、たいていの場合、何らかの代理の圧縮ポートフォリオを使用するターゲット・ポートフォリオの評価において、きわめて限定的な期間しか関心がないことである。したがって、複製は、ターゲット・ポートフォリオの予想寿命全体ではなく、限定的な期間にだけ有効であればよい。以上の考察はすべて、複製ポートフォリオを、架空の商品と単純なルールベース・システムを使用して自動的に生成することができることを示す。そのようなルールベース・システムの例は、以下の通りである。

(1) 商品タイプが、普通株、株式オプション、またはFXオプションの場合は、圧縮しない。

(2) 商品タイプが、キャップまたはスワップションの場合は、シナリオ・ベース圧縮を使用して圧縮する。

(3) 商品タイプが、固定観念スワップ、固定レートCDS、固定レート債券、スワップ固定期間、スワップ事前決定期間、またはFXフォワードの場合は、デルタ・パッケージングと分析的圧縮を使用して圧縮する。

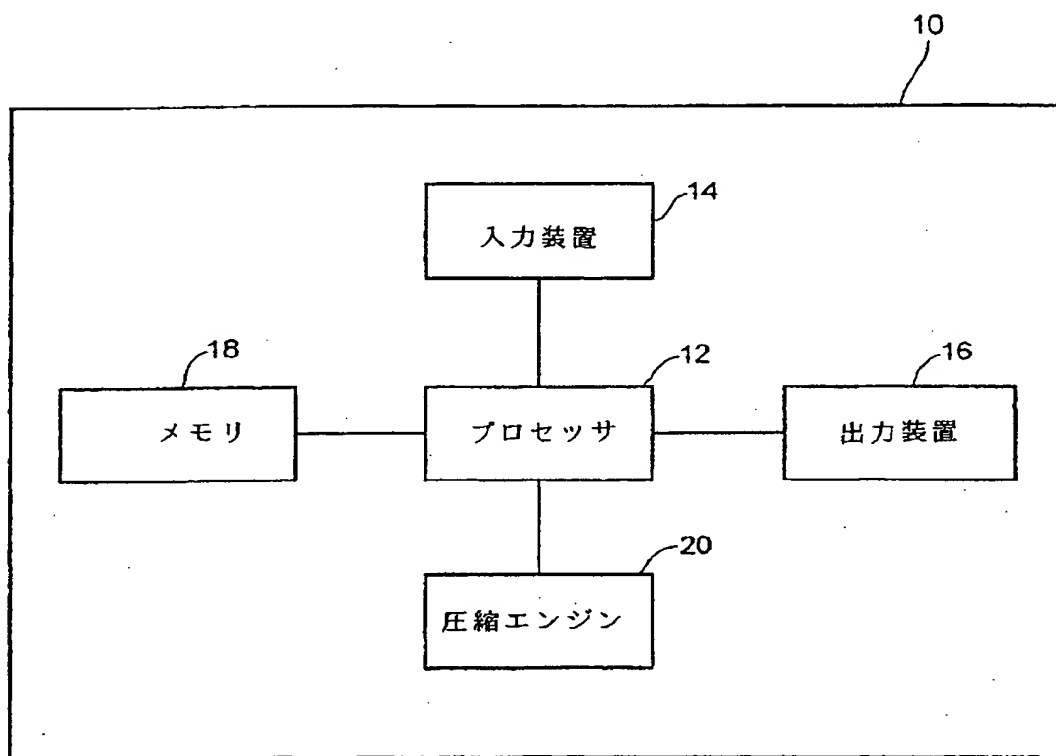
本発明の実施形態は、以上詳細に説明したものを含み、たとえば、記憶媒体上にある1組の実行可能な命令として分配されることがある。そのような記憶媒体は、コンピュータのメモリ、1つのファームウェア、ディスクットやその他の磁気記憶装置、CD-ROMなどの可搬型記憶装置、あるいは実行可能な命令を記憶しあるいは配布することができるその他の任意の媒体でもよい。

以上は、本発明の特定の実施形態の詳細である。しかしながら、当業者は、開示した実施形態の多くの代替、改良および／または変形が可能であることを理解されよう。たとえば、分析的圧縮とシナリオ・ベース圧縮は、ポートフォリオをより簡単な形で表わすために使用することができる無数の技法のうちのほんの2つにすぎない。いわゆるアロー・ドブリュー圧縮を含む他の技法は、優れた実行結果を既に示しており、以上のシミュレーションの結果が、ポートフォリオの新しい表現を区分的な感覚で構成するために使用される(デルタ関数の類似物を使用して)。また、いわゆるべき級数法も利用可能であり、現在の市場価格(mark-to-market price)近くの局所的級数展開によってポートフォリオの価値関数が近

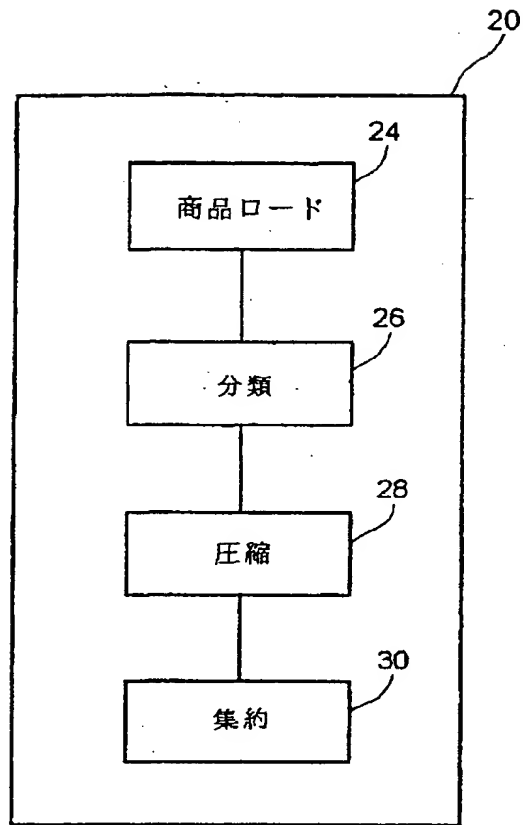


似される。そのような方法は、C. AlbaneseとL. Secoによる「Harmonic Analysis in Value at Risk Calculations」、Working Paper、RiskLab-University of Toronto(1996) (Finance and Stochasticsから出版されている) に考察されているように、簡潔で高速な計算技法を提供する。本発明は、請求の範囲の字句および精神の範囲内にあるすべてのそのような代替、改良、および変形、ならびに請求された主題のすべての等価物を包含する。

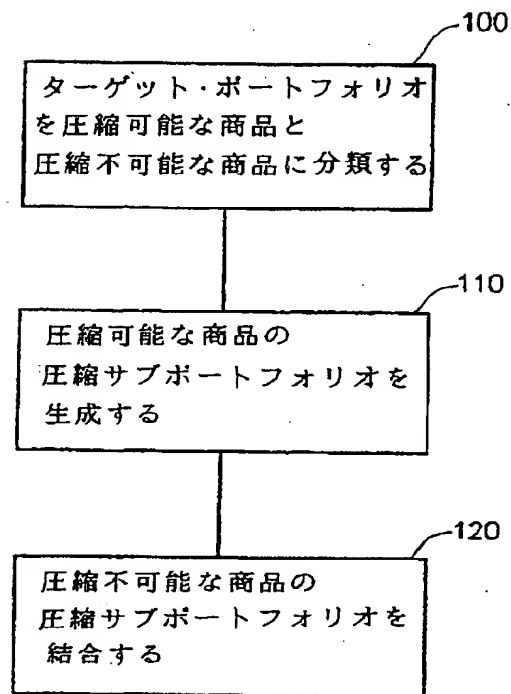
【図1】

FIG. 1

【図2】

FIG. 2

【図3】

FIG. 3

【図4】

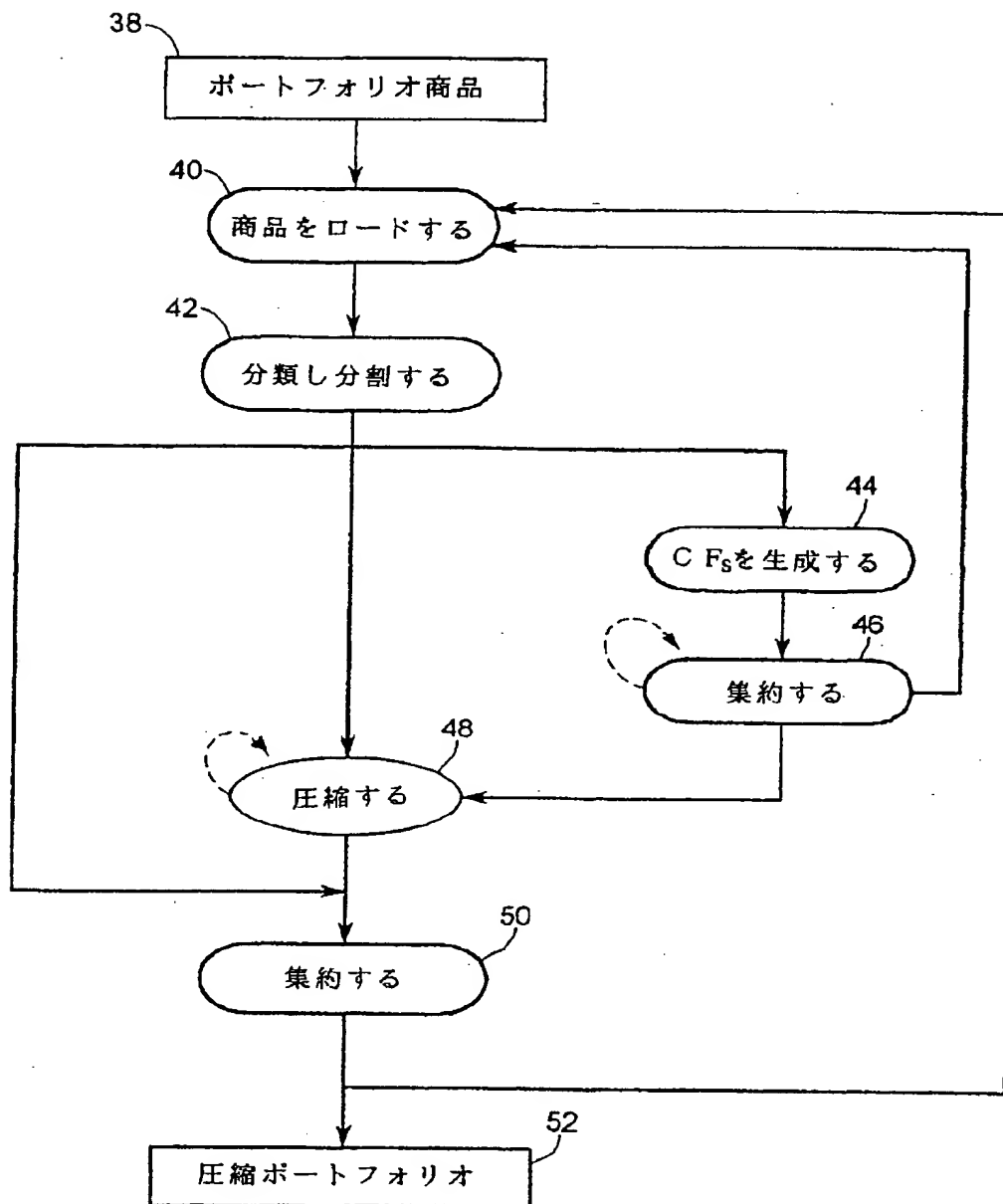


FIG. 4

【図5】

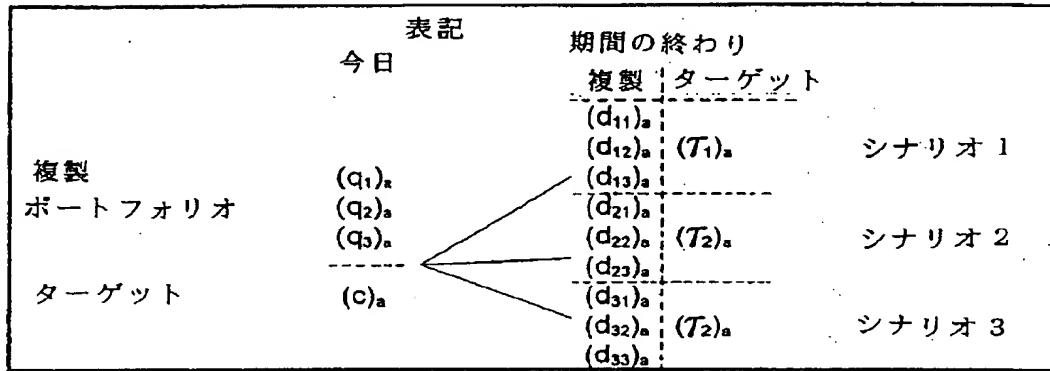


FIG. 5

【図6】

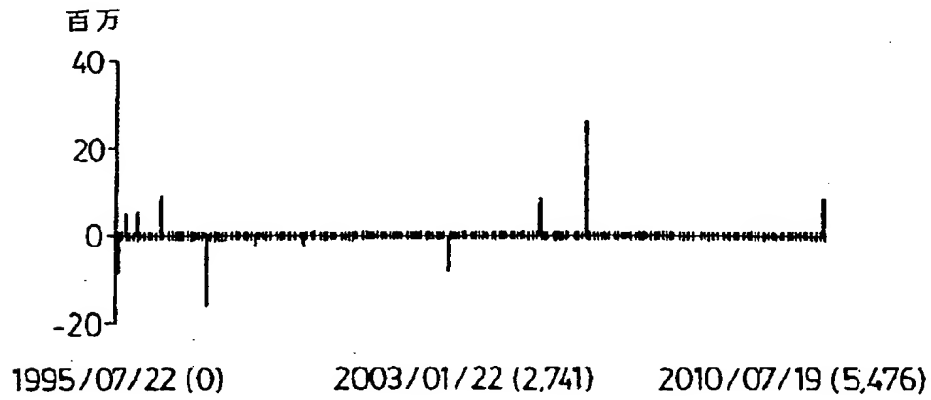
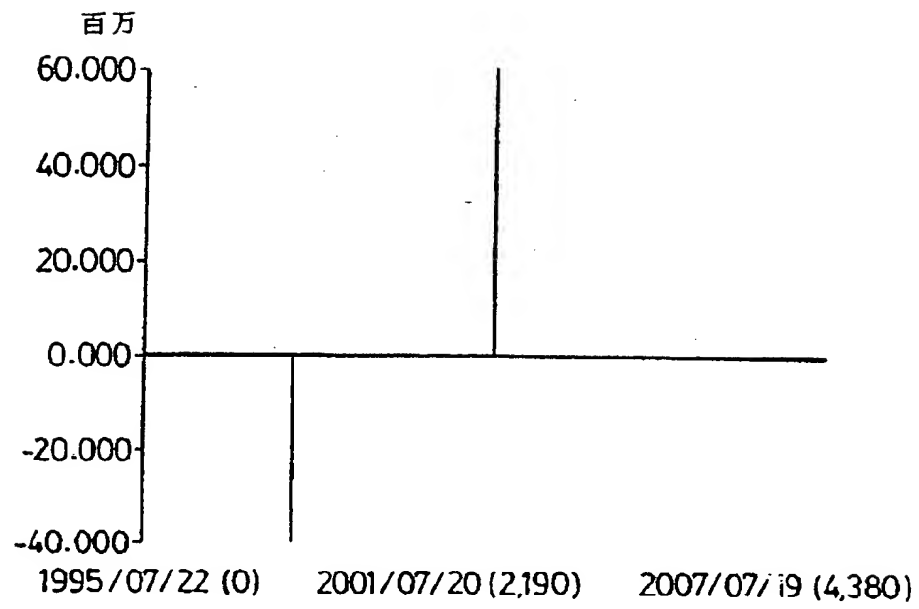


FIG. 6

【图7】

FIG. 7

## 【国際調査報告】

## INTERNATIONAL SEARCH REPORT

<b>A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER</b> IPC 6 G06F17/60		International Application No. PCT/CA 98/00519
According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC		
<b>B. FIELDS SEARCHED</b> Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols) IPC 6 G06F		
Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched		
Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practical, search terms used)		
<b>C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT</b>		
Category *	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
X	EP 0 686 926 A (DEMBO RON S) 13 December 1995 cited in the application see column 5, line 58 - column 6, line 21 see column 8, line 36 - line 57 see figure 1	1-20
A	KOFLOWITZ L: "Hedging tools provide portfolio security blanket" WALL STREET COMPUTER REVIEW, USA, vol. 6, no. 6, March 1989, pages 42-43, 45 - 46, 48, 50, 80 - 81, XP002078322 ISSN 0738-4343 see page 43, column 1, line 1 - line 14 see page 45, column 3, line 13 - line 28 --- -/--	1-20
<input checked="" type="checkbox"/> Further documents are listed in the continuation of box C.		
<input checked="" type="checkbox"/> Patent family members are listed in annex.		
* Special categories of cited documents:		
"A" document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance "E" earlier document but published on or after the international filing date "L" document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified) "O" document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means "P" document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed		
"T" later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention "X" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone "Y" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art "B" document member of the same patent family		
Date of the actual completion of the international search 22 September 1998		Date of mailing of the international search report 07/10/1998
Name and mailing address of the ISA European Patent Office, P.B. 5818 Patentban 2 NL - 2280 HV Rijswijk Tel. (+31-70) 340-2040, Tx. 31 851 epo nl. Fax: (+31-70) 340-3016		Authorized officer Pedersen, N

Form PCT/ISA/210 (second sheet) (July 1992)

## INTERNATIONAL SEARCH REPORT

Intern. Appl. No.  
PCT/CA 98/00519

C. (Continuation) DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT		
Category *	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	<p>WO 92 15064 A (PRUDENTIAL INSURANCE COMPANY O) 3 September 1992  see page 1, line 1 - line 7  see page 21, line 20 - page 22, line 16  see page 25, line 7 - line 22  see figure 1</p>	1-20
A	<p>AZHAR S ET AL: "Data compression techniques for stock market prediction" PROCEEDINGS OF IEEE DATA COMPRESSION CONFERENCE (DCC'94), SNOWBIRD, UT, USA, 29 - 31 March 1994, pages 72-82, XP002078323  ISBN 0-8186-5637-9, 1994, Los Alamitos, CA, USA, IEEE Comput. Soc. Press, USA  see page 72, line 1 - line 21</p>	1-20
A	<p>EP 0 573 991 A (CANTOR FITZGERALD) 15 December 1993  see page 3, line 1 - line 5  see page 3, line 33 - line 44  see figure VI</p>	1-20

Form PCT/ISA/210 (continuation of second sheet) (July 1992)



## INTERNATIONAL SEARCH REPORT

Information on patent family members

Intern: al Application No  
PCT/CA 98/00519

Patent document cited in search report		Publication date		Patent family member(s)	Publication date
EP 0686926	A	13-12-1995	US	5799287 A	25-08-1998
WO 9215064	A	03-09-1992	AU	1584192 A	15-09-1992
EP 0573991	A	15-12-1993	JP	6052174 A	25-02-1994
			US	5774880 A	30-06-1998

Form PCT/ISA210 (patent family annex) (July 1992)

フロントページの続き

(81)指定国 EP(AT, BE, CH, CY, DE, DK, ES, FI, FR, GB, GR, IE, IT, LU, MC, NL, PT, SE), OA(BF, BJ, CF, CG, CI, CM, GA, GN, ML, MR, NE, SN, TD, TG), AP(GH, GM, KE, LS, MW, SD, SZ, UG, ZW), EA(AM, AZ, BY, KG, KZ, MD, RU, TJ, TM), AL, AM, AT, AU, AZ, BA, BB, BG, BR, BY, CA, CH, CN, CU, CZ, DE, DK, EE, ES, FI, GB, GE, GH, GM, GW, HU, ID, IL, IS, JP, KE, KG, KP, KR, KZ, LC, LK, LR, LS, LT, LU, LV, MD, MG, MK, MN, MW, MX, NO, NZ, PL, PT, RO, RU, SD, SE, SG, SI, SK, SL, TJ, TM, TR, TT, UA, UG, US, UZ, VN, YU, ZW

(72)発明者 クレイニン、アレクサンダー、ワイ.

カナダ国 エル4ジェイ 6シー3 オン  
タリオ州 ソーンヒル ジョゼフ アーロ  
ン ブルバード 211

(72)発明者 ローゼン、ダン

カナダ国 エム4ワイ 2エックス5 オ  
ンタリオ州 トロント グレンビル スト  
リート 25 アpartment 2003